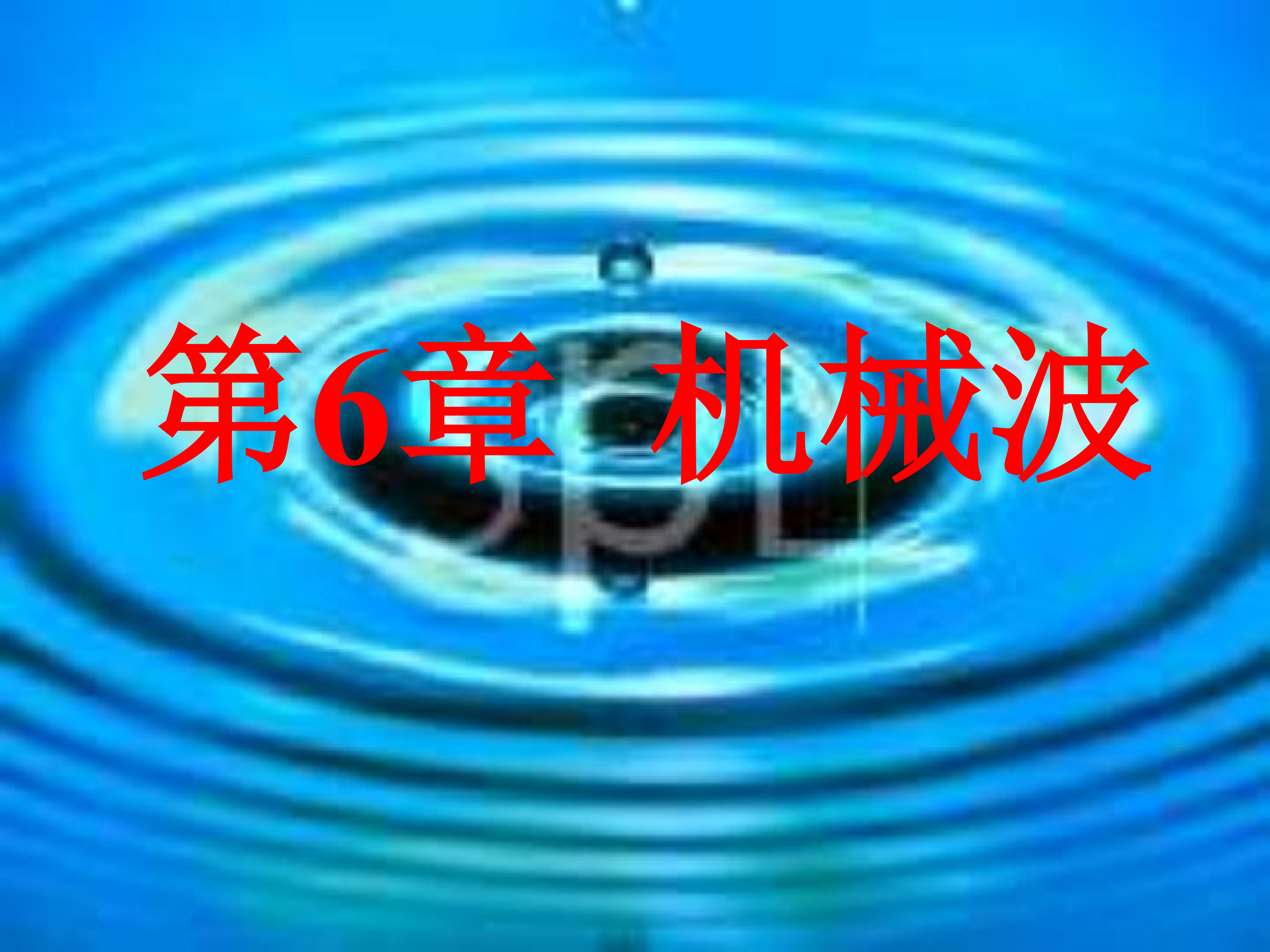
第6章 机械波



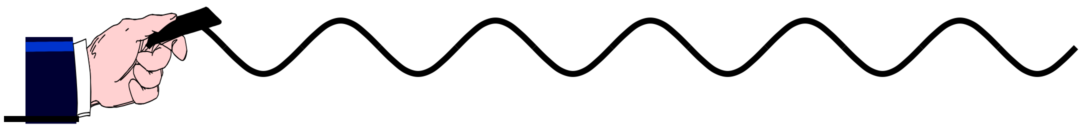
引：波动 — 振动的传播过程

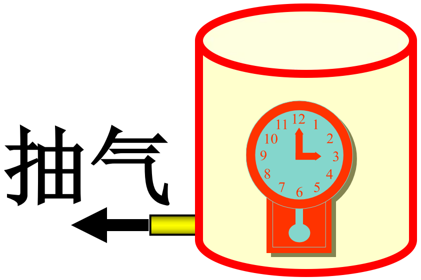
机械波：机械振动在媒质中的传播过程。

电磁波：变化的电磁场在空间的传播过程

§6.1 机械波的一般概念

一、机械波的形成

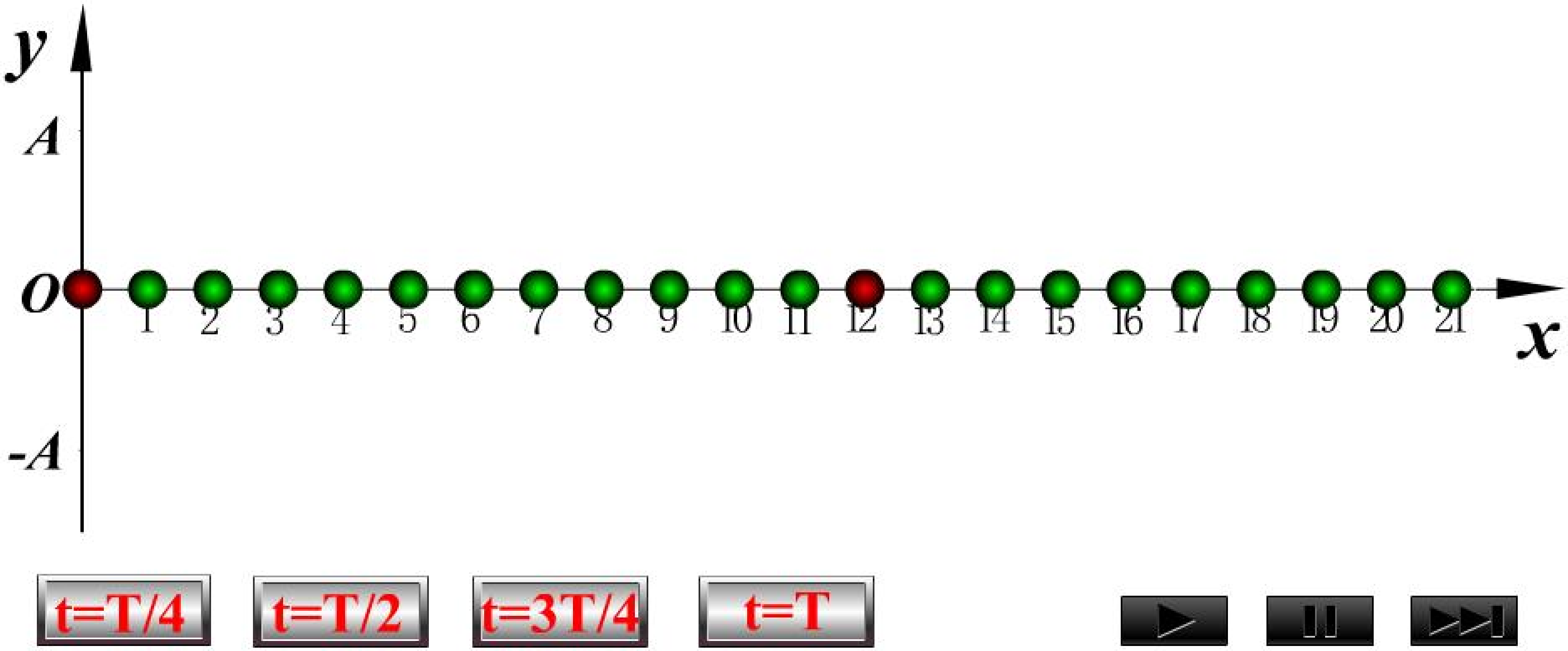




1. 产生的条件（1）波源：作机械振动的物体

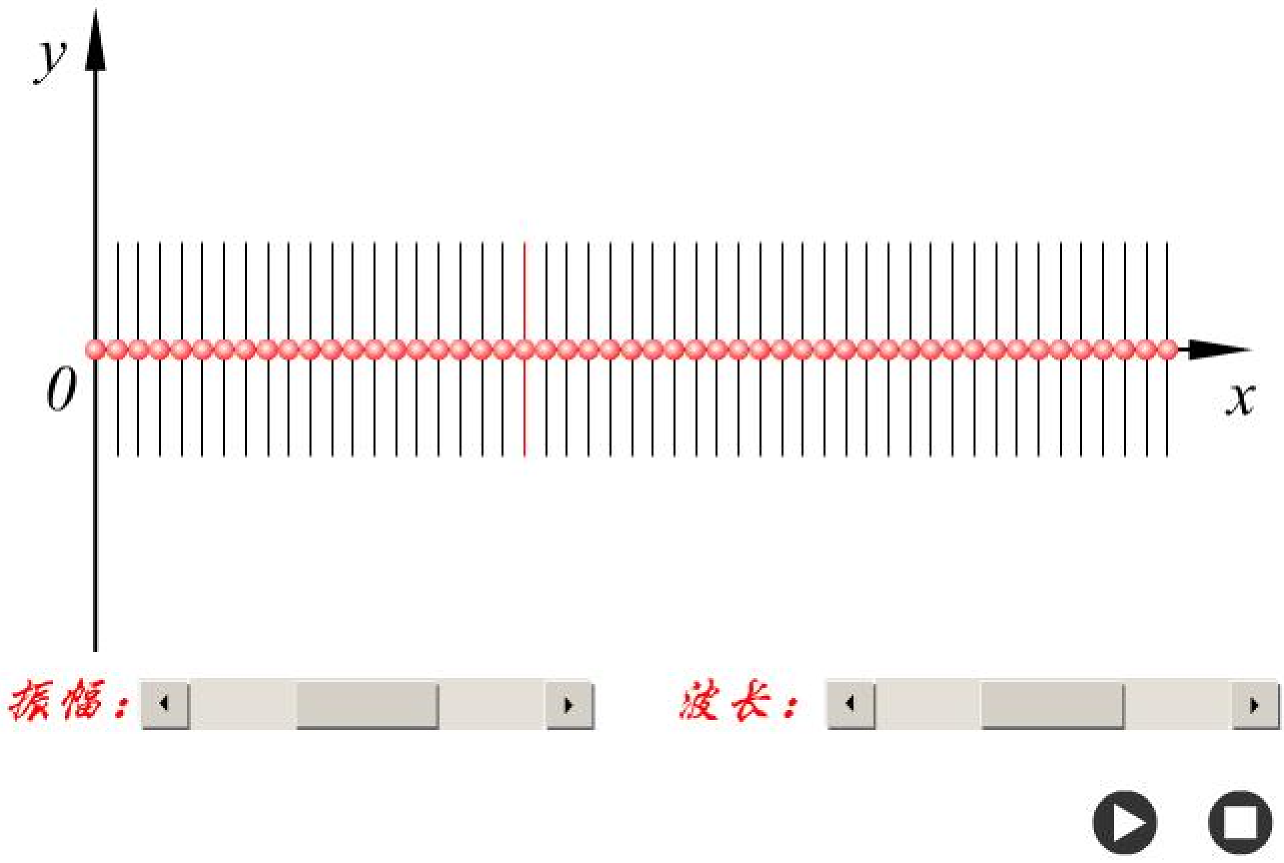
（2）传播振动的媒质

2. 原因 各质点具有弹性联系

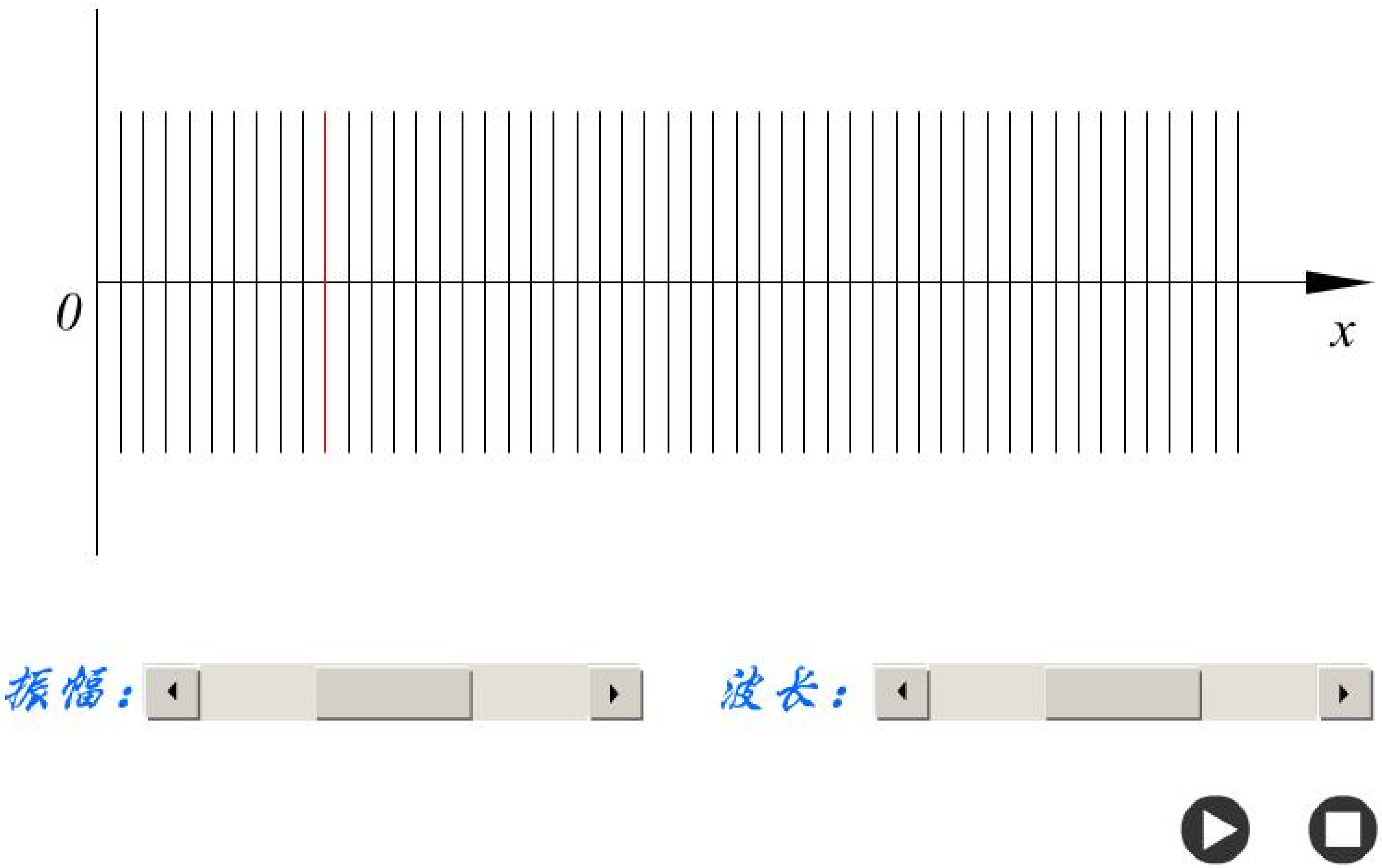

y
A
O
-A
x
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
t=T/4
t=T/2
t=3T/4
t=T

二、波动的分类

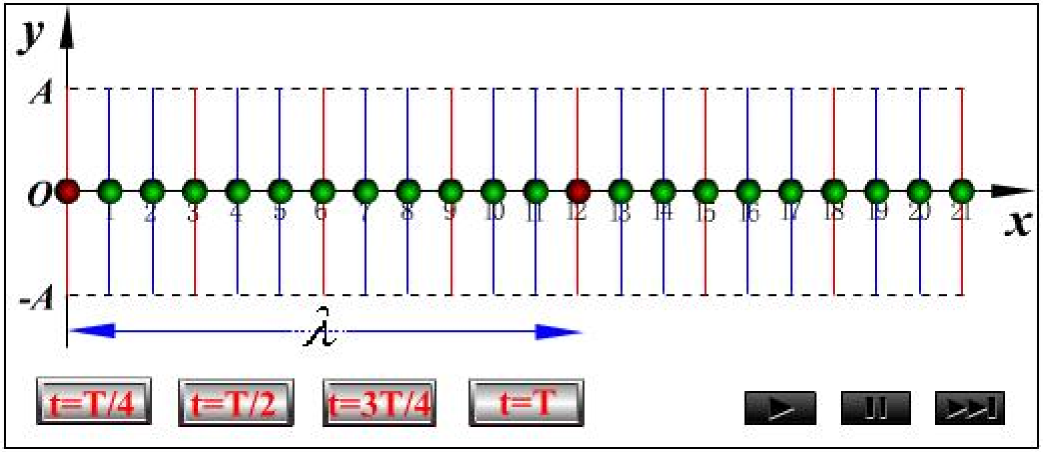
1. 横波



2. 纵波



波线和波面



1 每个质点只在平衡位置附近振动，不随波前进.

2 后面质点重复前面质点的振动状态，有相位落后.

3 所有质点同一时刻位置不同，形成一个波形.

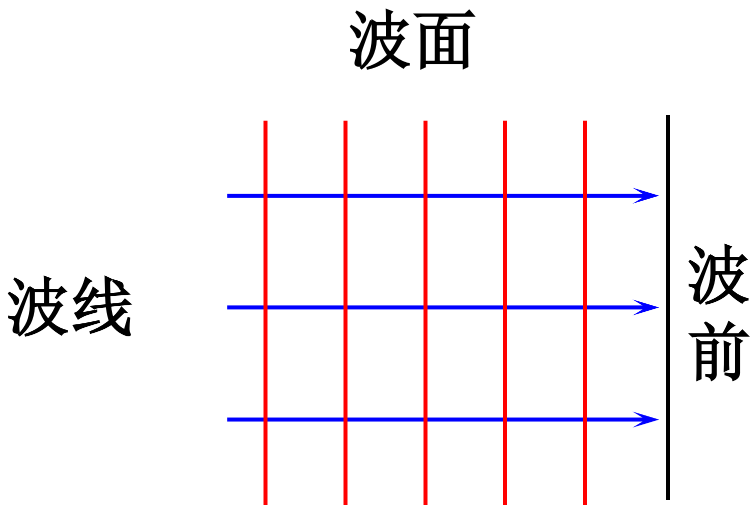
4 振动状态、相位、能量、波形随波传播.

三、波线和波面

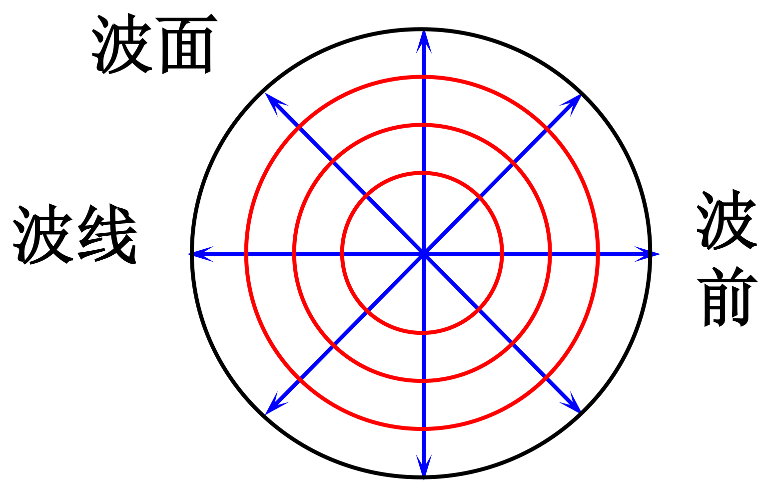
1. 波线：沿波传播方向画出的带箭头的线。

2. 波面：同一时刻，波动传到的空间各点连成的面。

波可分为平面波、球面波、柱面波

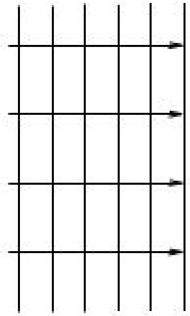


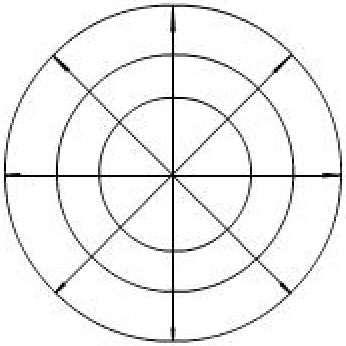
平面波



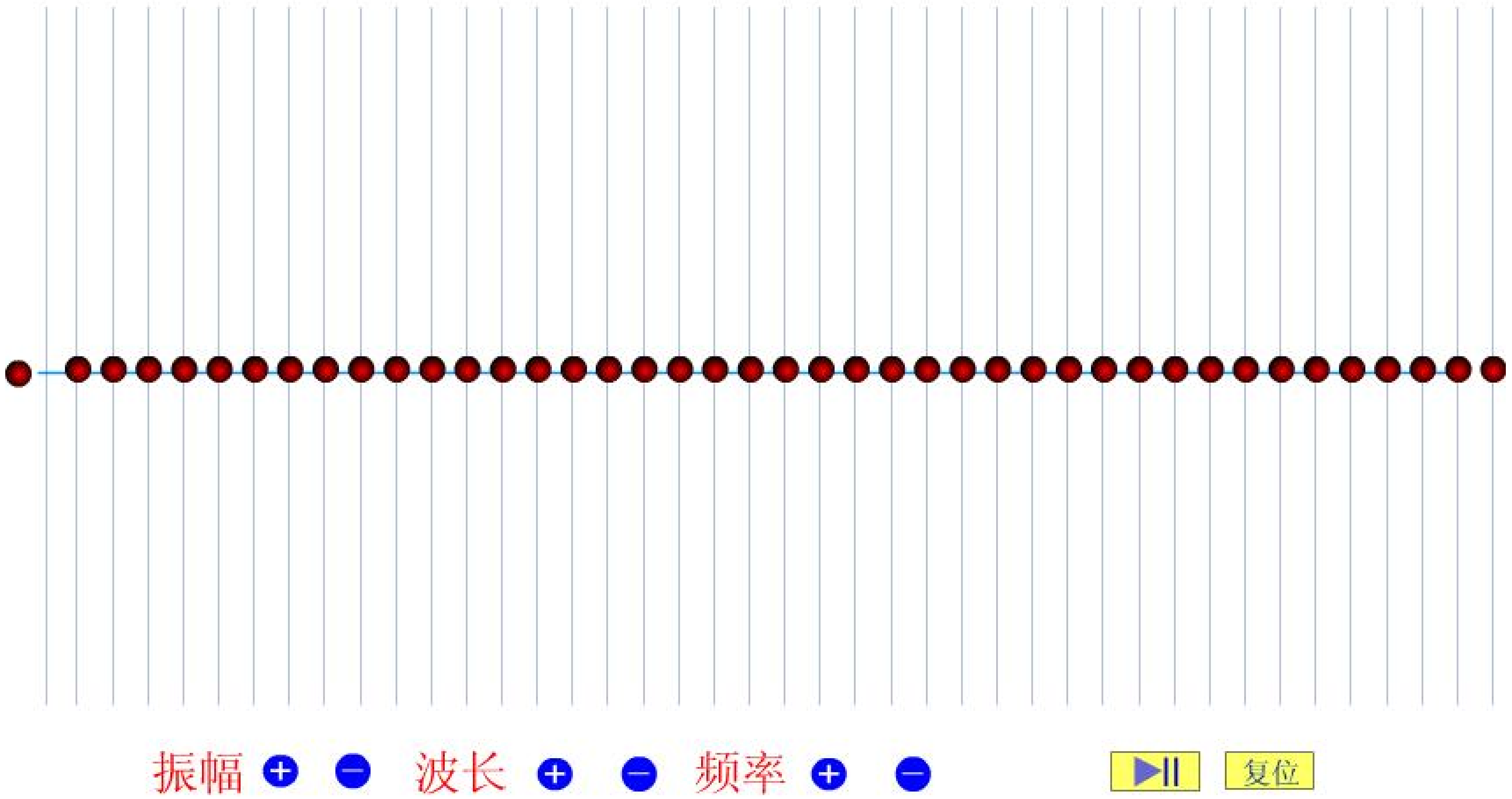
球面波

波线按钮





四、描述波动的特征量



1. 波速 u

（1）定义　单位时间里振动状态传播的距离

取决于媒质的弹性及密度

（2）表达式

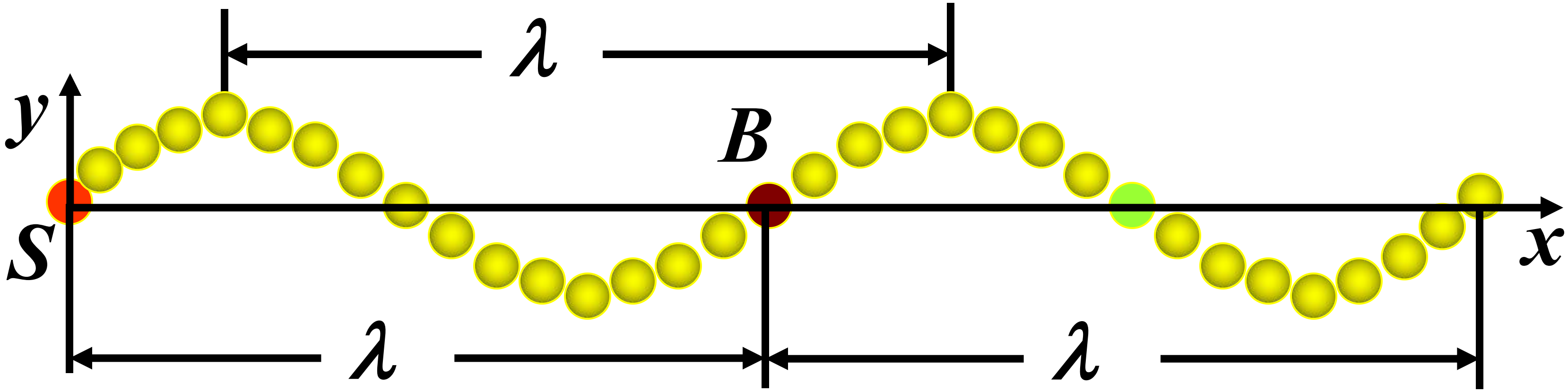
① 固体中

横波：$u=\sqrt{\dfrac{G}{\rho}}$　　纵波：$u=\sqrt{\dfrac{Y}{\rho}}$　ρ :体密度

弦线横波：$u=\sqrt{\dfrac{T}{\lambda}}$　T：张力，λ：线密度

② 气体和液体中　$u=\sqrt{\dfrac{B}{\rho}}$　只能传播弹性纵波

2. 波长λ 一个完整波形的长度



相邻的位相差2π的两点的距离

反映了波在空间的周期性

3. 周期T和频率ν

T：振动状态传播一个波长的距离，或波前进一个波长的距离所需的时间。

频率：$\nu = \dfrac{1}{T}$　1秒内传播完整波形的个数

波的周期和频率等于波源振动的周期和频率，也等于各质点的振动周期和频率。

反映了波在时间上的周期性

4. 各物理量间的关系

$$\lambda = uT = \frac{u}{\nu}$$

T、ν 由波源决定；

$$u = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu$$

u 由媒质的性质决定。

解释

弹性波在给定媒质中传播存在一频率上限。

§6.2 平面简谐波函数

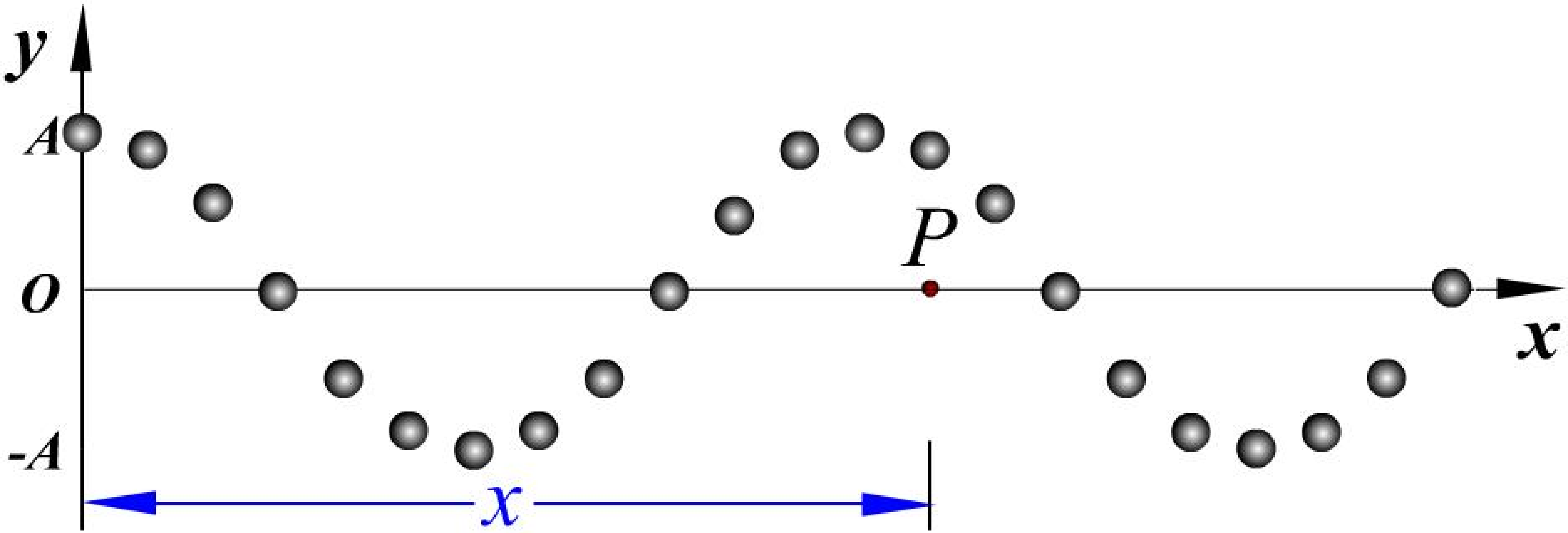
波函数： 描述波传到的各质点的位移随时间变化的函数式。

$$\boxed{y = f(x,t)}$$

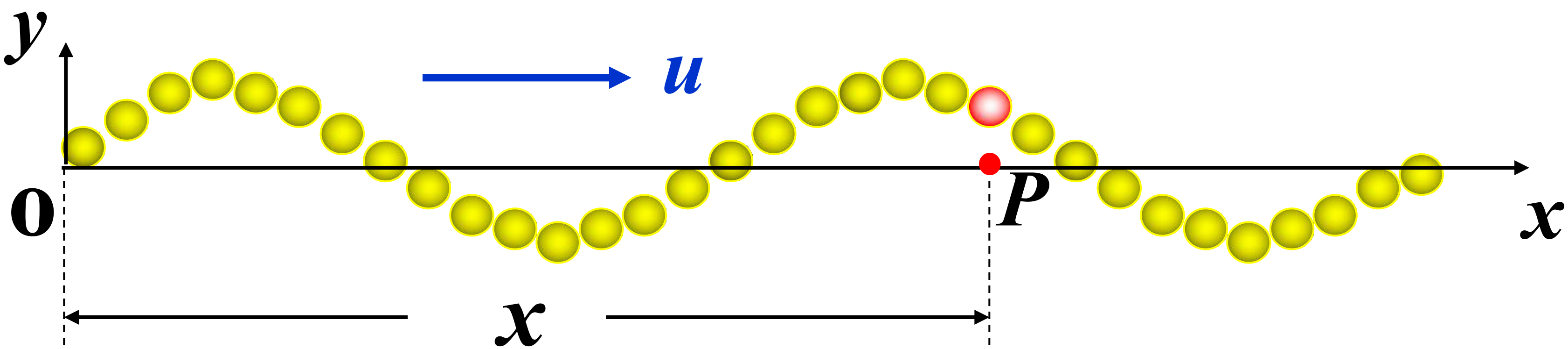
实际上就是波传到的任一质点任一时刻位移的表达式。

简谐波： 简谐振动的传播

一、平面简谐波的波函数



y
A
o
P
x
-A
x



O点的振动方程：$y = A\cos(\omega t + \varphi)$

波从O点传播到P点：$\Delta t = x / u$

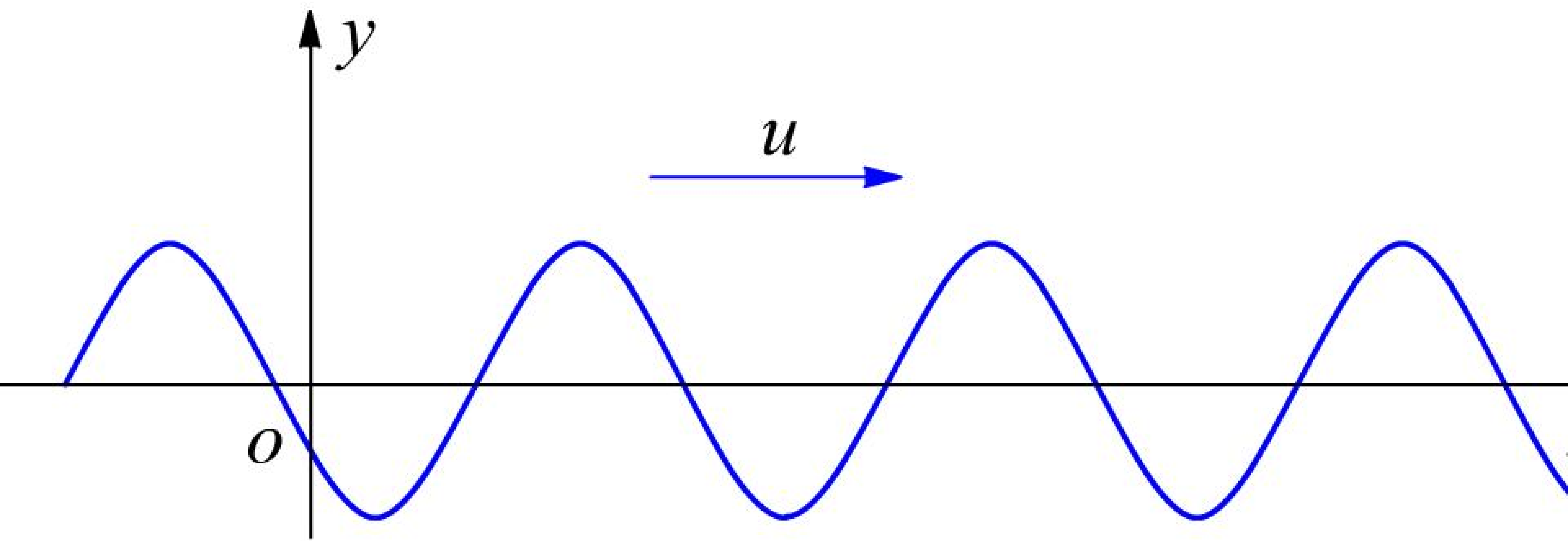
P点相位落后O点：$\omega \Delta t$

P点t时刻的相位：$\Phi = \omega(t - \Delta t) + \varphi$

$$= \omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi$$

P点振动方程：

$$\boxed{y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi]}$$ 右行波



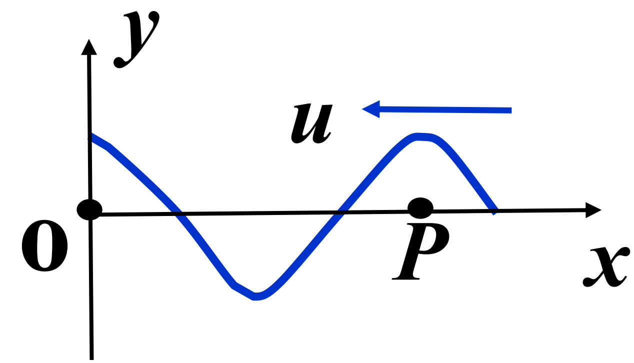
右行波

说明

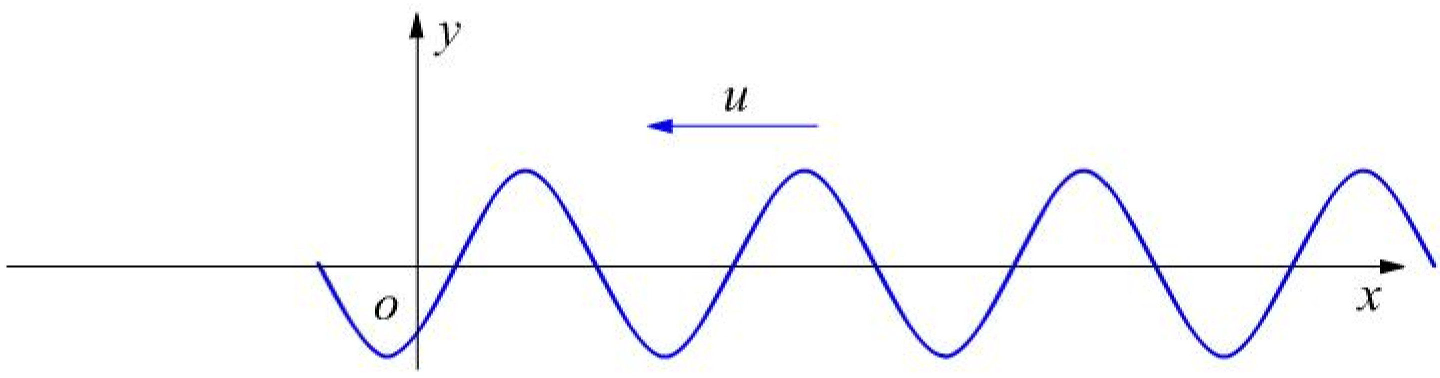
（1）左行波：沿 x 轴负向

P点相位比O点超前

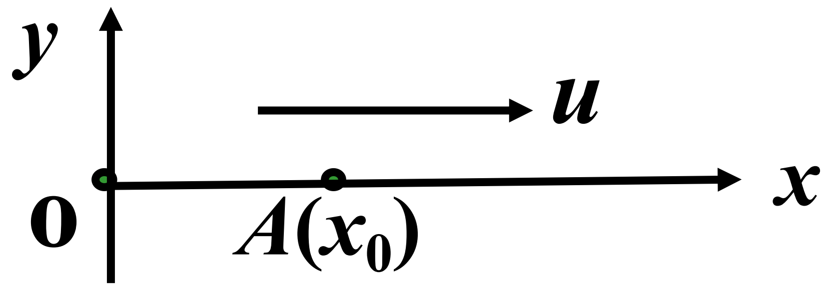
$$y = A\cos[\omega(t+\frac{x}{u})+\varphi]$$



x是代数量，可正可负。



（3）已知波线上一点A的振动方程



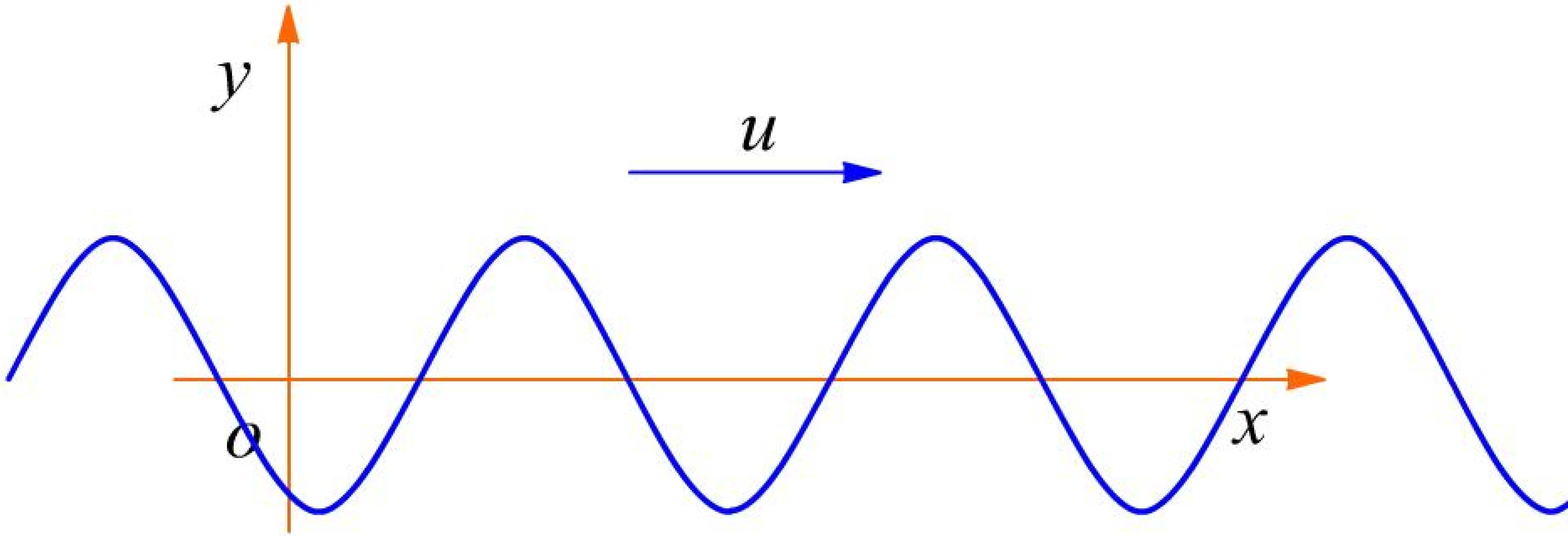
$$y = A\cos[\omega(t \pm \frac{x - x_0}{u}) + \varphi]$$

（4）$y = A\cos[\omega(t - \dfrac{x}{u}) + \varphi] = A\cos[\dfrac{2\pi}{T}(t - \dfrac{x}{u}) + \varphi]$

$$= A\cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \varphi]$$

$$= A\cos[2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda}) + \varphi]$$

二、波函数的物理意义



$x=x_0$　　$t=t_0$　　x,t都变化

1. x为定值

$$x = x_0 \qquad y = A\cos[\omega(t - \frac{x_0}{u}) + \varphi]$$

x_0处质点的振动方程

振动的速度、加速度：

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -A\omega\sin[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi]$$

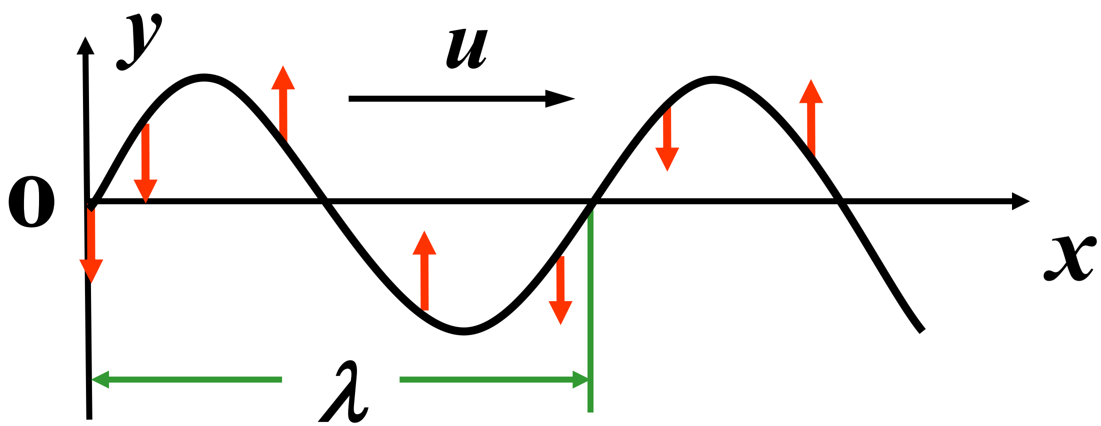
$$a = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -A\omega^2\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi]$$

注意 区分质点振动速度与波传播速度

2. t为定值

$t = t_0 \qquad y = A\cos[\omega(t_0 - \frac{x}{u}) + \varphi]$

t_0时刻波形的方程



同时刻任意两点相位差: $\Delta\Phi = \omega\frac{\Delta x}{u} = \frac{2\pi\Delta x}{\lambda}$

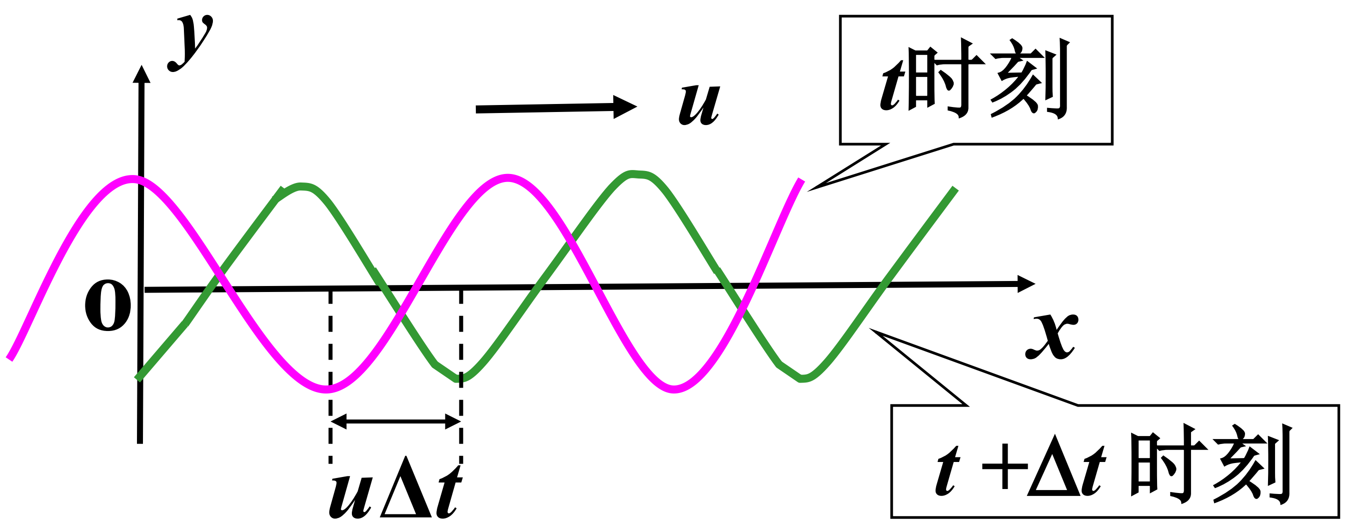
由波形图可获得的信息:

（1）λ、u 、$y(x)$

（2）任一位置质点的振动方向

3. x，t 都变化　$y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi]$

表示波线上不同质点在不同时刻的位移。

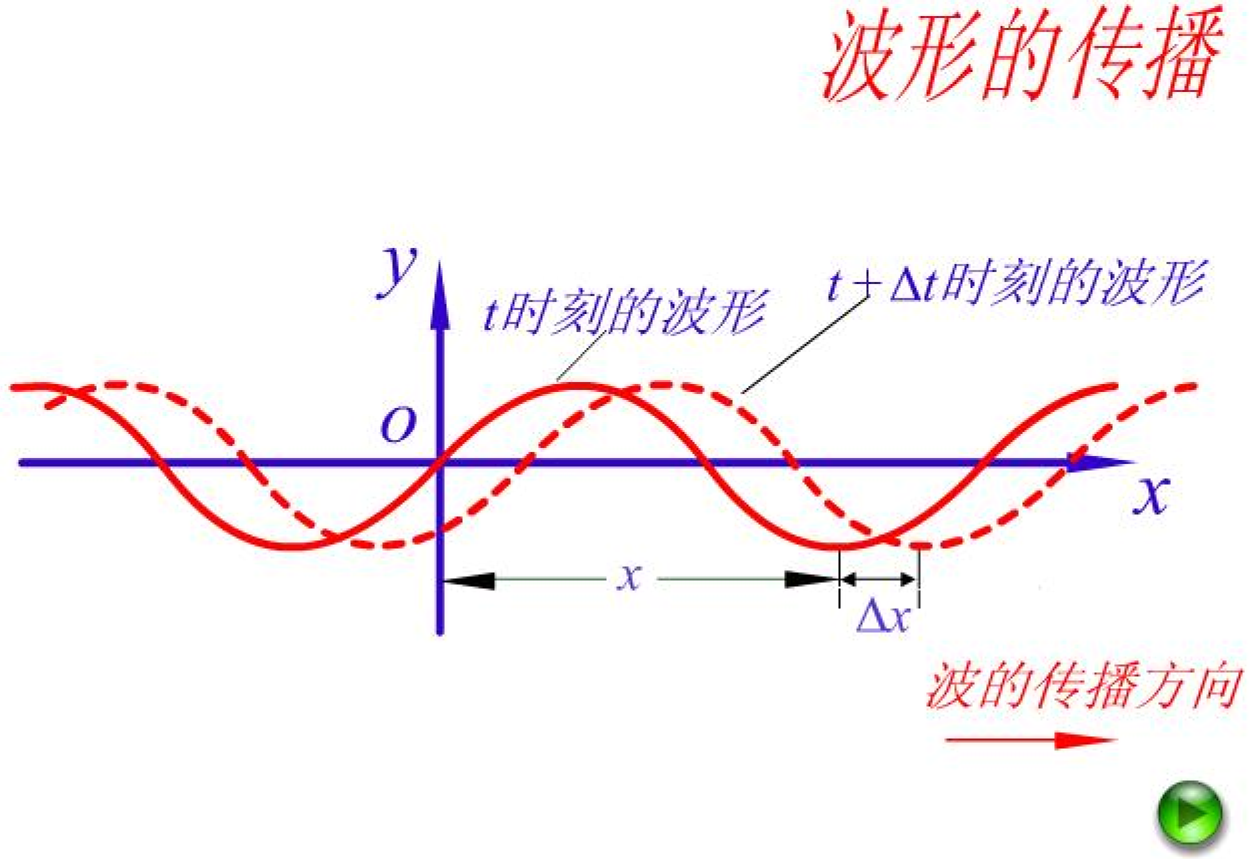


Δt：振动状态传播的距离　$\Delta x = u\,\Delta t$

整个波形也传播了$\Delta x = u\,\Delta t$的距离

波形以速度u 向前传播

形象地说，波动方程包括了不同时刻的波形，反映了波形的传播。



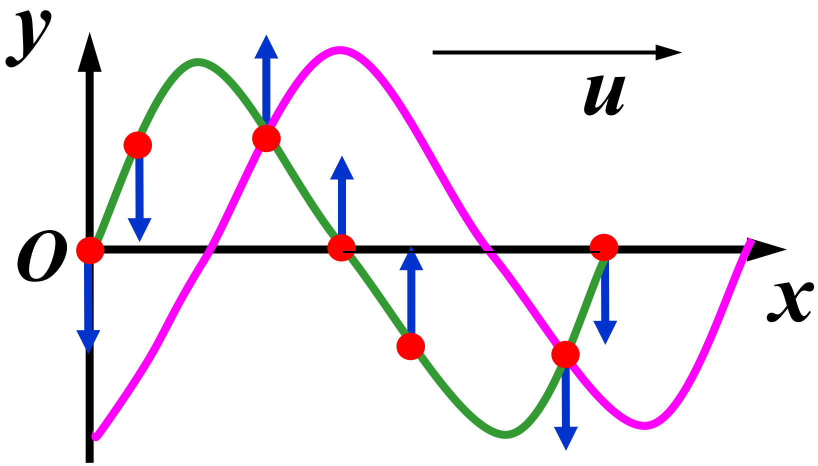
三、质点的振动速度和加速度

$$v=\frac{\partial y}{\partial t}=-\omega A\sin\left[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi\right]$$

$$a=\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=-\omega^2 A\cos\left[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi\right]$$

例：某一时刻波的曲线如图所示。

求：下列各点的振动方向及四分之一周期后的波形。

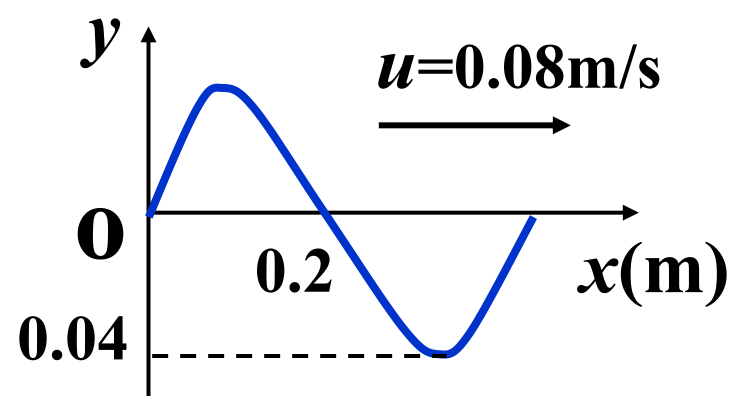


$$\Delta x = u\frac{T}{4} = \frac{\lambda}{4}$$

例：如图所示为 $t=0$ 时刻的波形。

求：（1）O点的振动方程；

（2）波动方程。



解：设O点振动方程为：

$$y_0 = A\cos(\omega t+\varphi)$$

由图知：$A=0.04\text{m}$，$\lambda=0.4\text{m}$，$u=0.08\text{m/s}$

$$\therefore T=\frac{\lambda}{u}=\frac{0.4}{0.08}=5\text{ s} \qquad \omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{5}\text{ s}^{-1}$$

$$t=0: y_0=0, v_0<0 \qquad \therefore \varphi=\frac{\pi}{2}$$

$$\therefore y_0=0.04\cos(\frac{2}{5}\pi t+\frac{\pi}{2}) \quad \text{m}$$

（2）波动方程

$$y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi]$$

$$y = 0.04\cos[\frac{2\pi}{5}(t - \frac{x}{0.08}) + \frac{\pi}{2}]\ \mathrm{m}$$

例：波源振动周期0.5s，振幅0.1m，t=0时，波源在正方向的最大位移处。波沿x轴正向传播，波长为10m 。

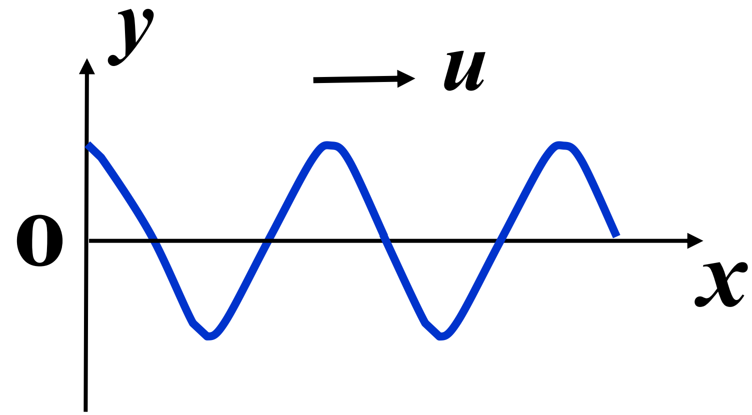
求：（1）波动方程；

（2）沿波传播方向距波源$\lambda/2$处质点的振动方程；

（3）$t = T/4$时，该质点离开平衡位置的位移及质点的振动速度。

解： $T=0.5\text{s}$，$A=0.1\text{m}$，

$\lambda=10\text{m}$



（1）设O点振动方程为：

$$y_0=A\cos(\omega t+\varphi)=A\cos(\frac{2\pi}{T}t+\varphi)$$

$t=0$: $y_0=A$ $\quad\therefore\varphi=0$

波动方程：

$$\therefore y=A\cos[\frac{2\pi}{T}(t-\frac{x}{u})+\varphi]=A\cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})+\varphi]$$

$$=0.1\cos 2\pi(\frac{t}{0.5}-\frac{x}{10})\ \text{m}$$

（2）距波源$\lambda/2$处：$x=\dfrac{\lambda}{2}=5\ \mathrm{m}$

$$\therefore\ y=-0.1\cos 4\pi t\ \ \mathrm{m}$$

（3）振动方程：$y=-0.1\cos 4\pi t\ \ \mathrm{m}$

$$t=\frac{T}{4}:\ y=-0.1\cos \pi T=-0.1\cos 0.5\pi=0$$

振动速度：$v=\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=0.4\pi\sin 4\pi t$

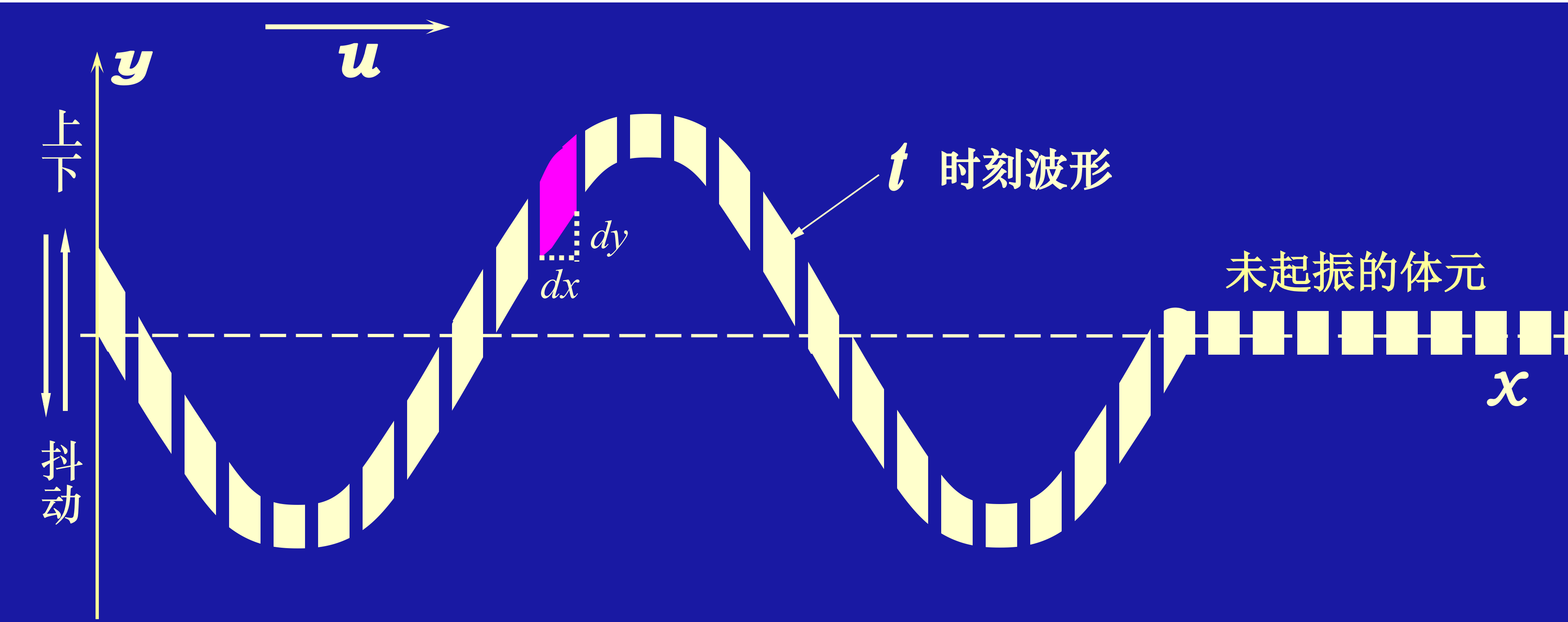
$$\therefore\ v=0.4\pi\sin \pi T=0.4\pi\sin 0.5\pi$$

$$=0.4\pi\ \ \mathrm{m/s}$$

§ 6.3 波的能量

一平面简谐波 $y = A\cos\omega\left(t - \dfrac{x}{u}\right)$

将软绳划分为多个小微元——体积元 $dm = \rho dV$



$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A\sin\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) \qquad \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\omega A}{u}\sin\omega\left(t - \frac{x}{u}\right)$$

1. 任一体积元的能量 $\mathrm{d}m = \rho \mathrm{d}V$

动能：$\mathrm{d}E_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}(\mathrm{d}m)v^2$

波函数：$y = A\cos\omega(t - \frac{x}{u})$

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -A\omega \sin\omega(t - \frac{x}{u})$$

$$\therefore \mathrm{d}E_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}\rho \mathrm{d}V A^2\omega^2 \sin^2\omega(t - \frac{x}{u})$$

$$\mathrm{d}E_{\mathrm{p}}=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})\mathrm{d}V$$

总能量：

$$\mathrm{d}E=\mathrm{d}E_{\mathrm{k}}+\mathrm{d}E_{\mathrm{p}}=\rho A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})\mathrm{d}V$$

说明

（1）体积元的总能量不守恒，随时间周期变化。

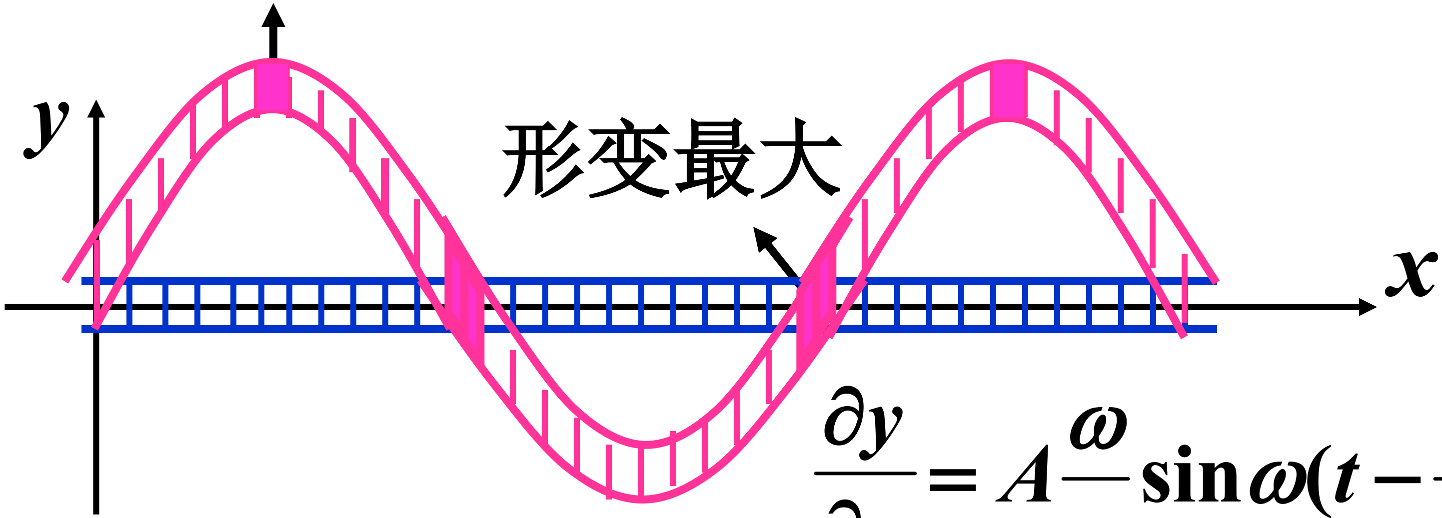
波动是一个能量传播的过程。

（2）波动过程中，任一体积元的动能与势能任一时刻都相等。

平衡位置：动能最大，势能也最大。

正负最大位移处：动能=势能=0

体积元没有形变



$$\frac{\partial y}{\partial x} = A\frac{\omega}{u}\sin\omega(t-\frac{x}{u}) = -\frac{v}{u}$$

（3）注意与振动系统的区别

振动系统：不传播能量，能量守恒，动能与势能相互转换。

2. 能量密度　单位体积中波的能量

$$\mathrm{d}E = \rho A^2\omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})\mathrm{d}V$$

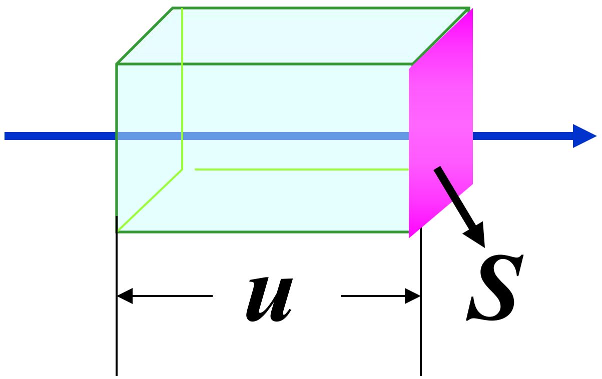
$$w = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}V} = \rho A^2\omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})$$

平均能量密度:

$$\overline{w} = \frac{1}{T}\int_0^T w\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$

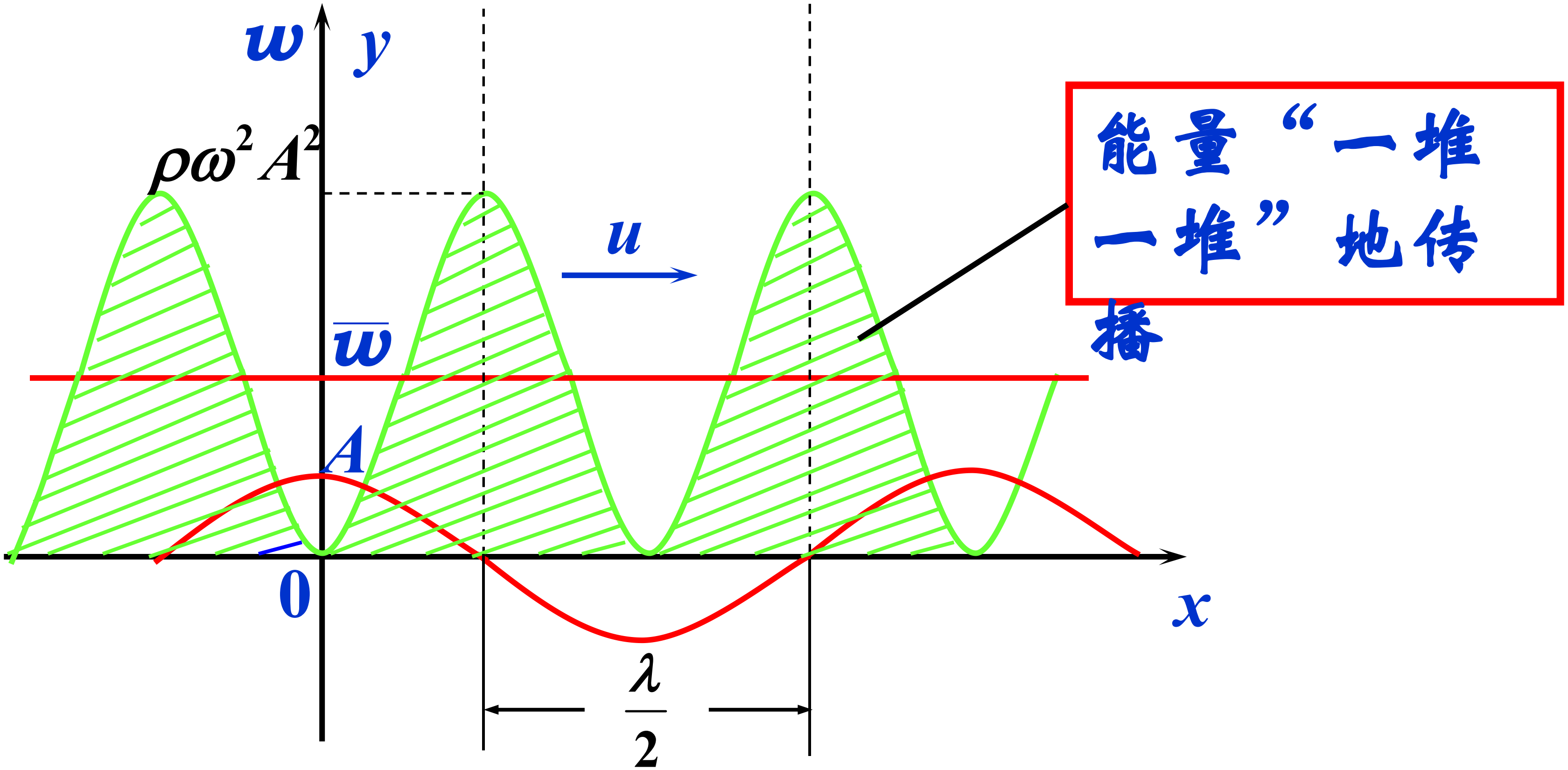
二、能流和能流密度

1. 能流



单位时间通过面积S的能量

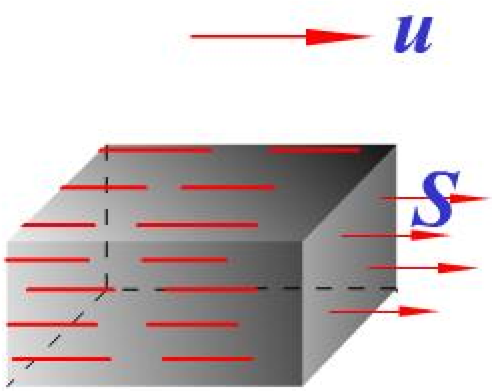
$$P = wuS = uS\rho A^2\omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})$$



$y=0$ 处， $w = w_{\max}$ ， $y = A$ 处， $w = 0$ 。

平均能流： $\bar{P}=\bar{w}uS=\frac{1}{2}\rho A^{2}\omega^{2}uS$

平均能流



在介质内取垂直于波速 u 的面积 S，$\mathrm{d}t$ 时间内通过 S 的能量应等于体积 $Su\mathrm{d}t$ 中的能量，其时间平均值，就是平均能流.

$$\bar{P}=\bar{w}uS$$

2. 平均能流密度（波的强度）$\vec{I}$

大小：通过垂直于波传播方向的单位面积的平均能流

$$I=\frac{\overline{P}}{S}=\overline{w}u=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u$$

方向：能量传播的方向，波速u的方向

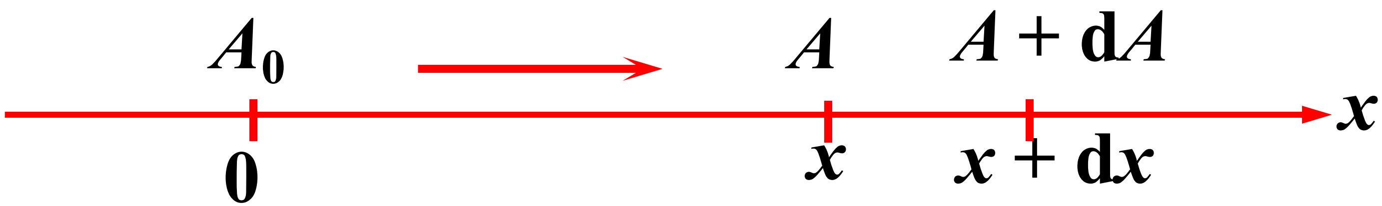
$$\boxed{\vec{I}=\overline{w}\vec{u}}$$

* 波的吸收

波通过媒质时，一部分能量要被媒质吸收。

定义**吸收系数** $\boxed{\alpha = \dfrac{-\mathrm{d}A}{A\,\mathrm{d}x}}$

对平面波：



$$\mathrm{d}A = -\alpha A\,\mathrm{d}x \rightarrow \int_{A_0}^{A}\frac{\mathrm{d}A}{A} = -\int_0^x \alpha\,\mathrm{d}x$$

设 $\alpha = \text{const.}$ 则 $\boxed{A = A_0 e^{-\alpha x}}$

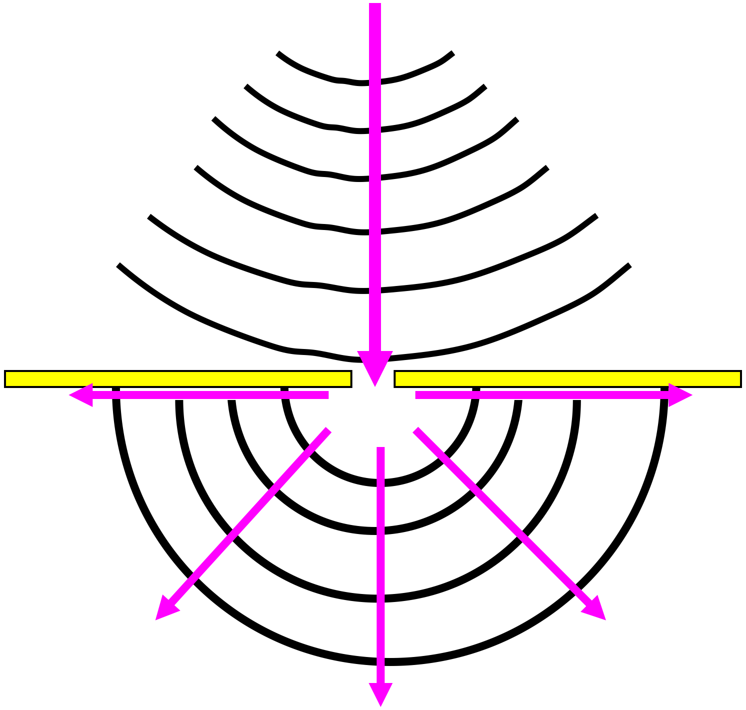
$\because \quad I \propto A^2 \quad \therefore \quad \boxed{I = I_0 e^{-2\alpha x}}$

§ 6.4 惠更斯原理


惠更斯，C.

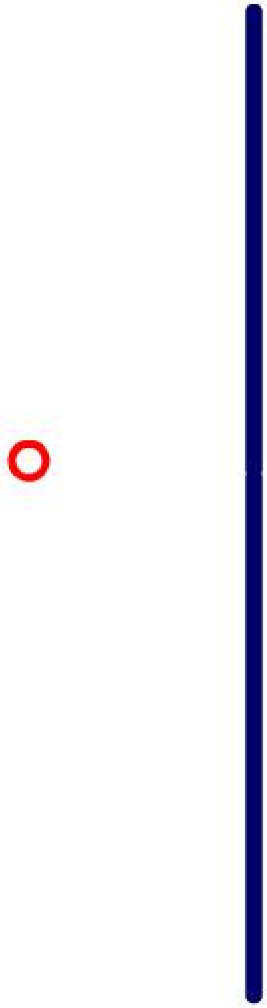
应用几何作图的方法解决波的传播

一、惠更斯原理



媒质中波动传到的各点，都可以看作发射子波的波源，在其后任一时刻，这些子波的包迹(公切面)就是新的波阵面。

子波原理

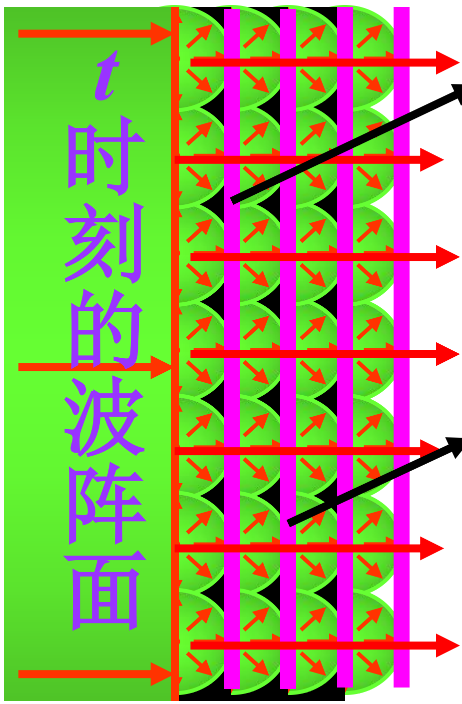


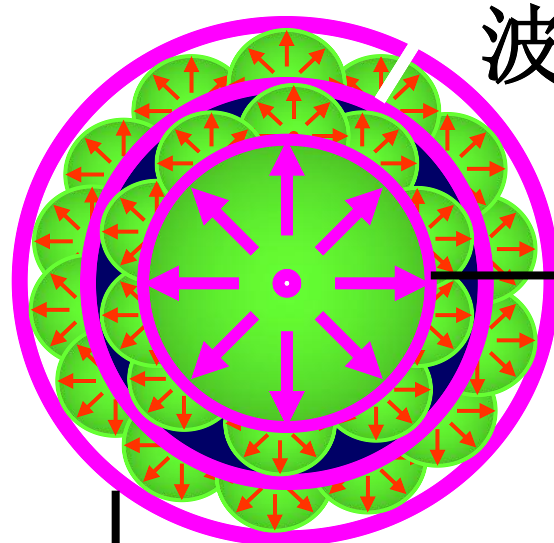
球面波

平面波

二、惠更斯原理的应用

1. 各向同性介质中，已知某一时刻波阵面，确定下一时刻波阵面。





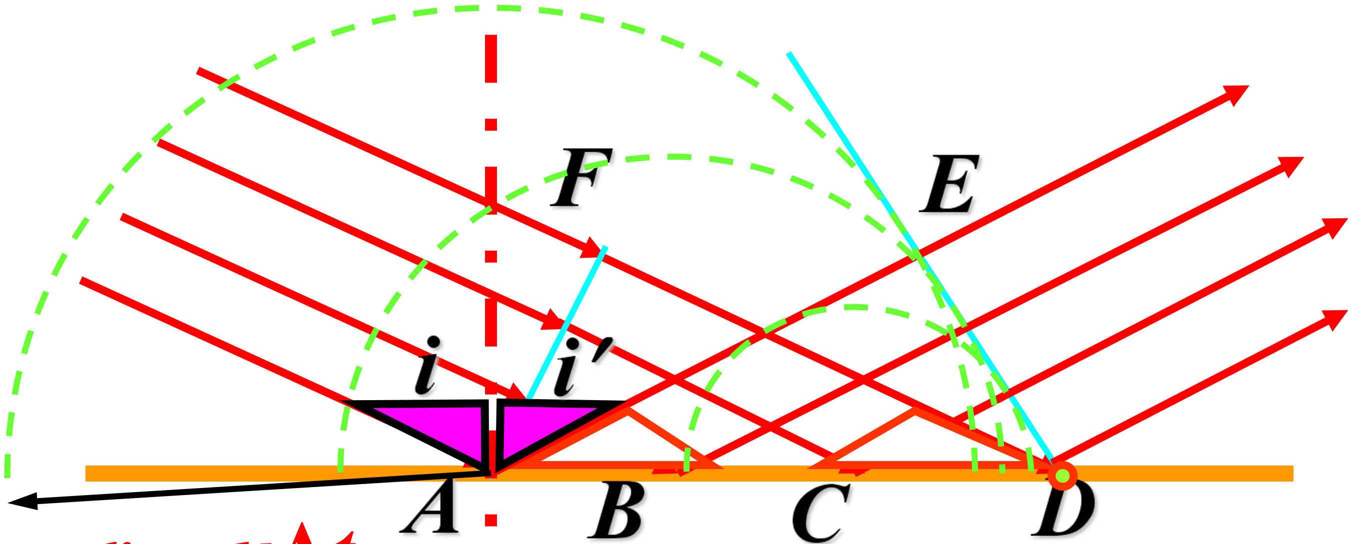
各向同性介质中，波阵面、传播方向不变。

惠更斯原理

平面波

球面波

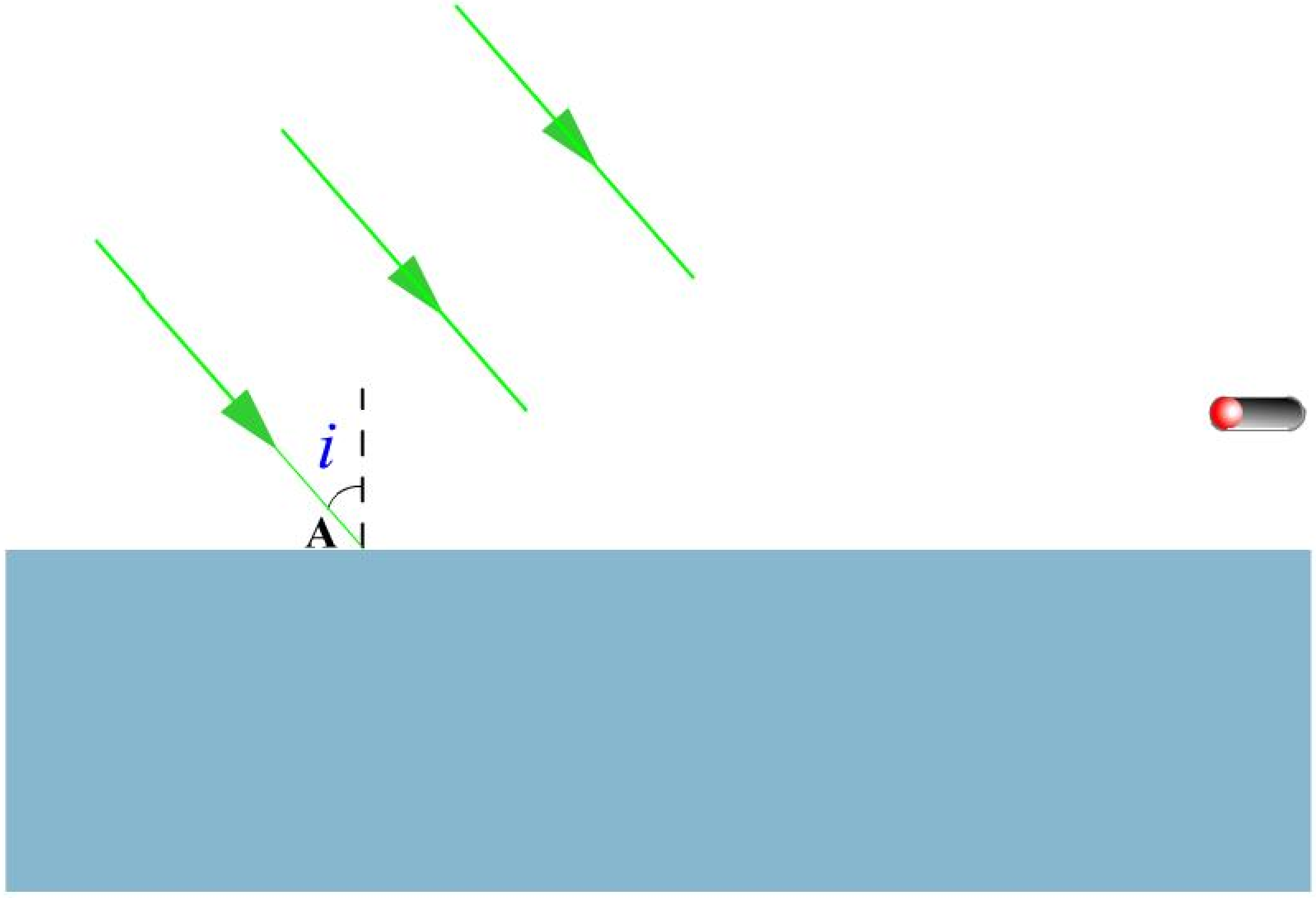
2. 解释反射定律、折射定律

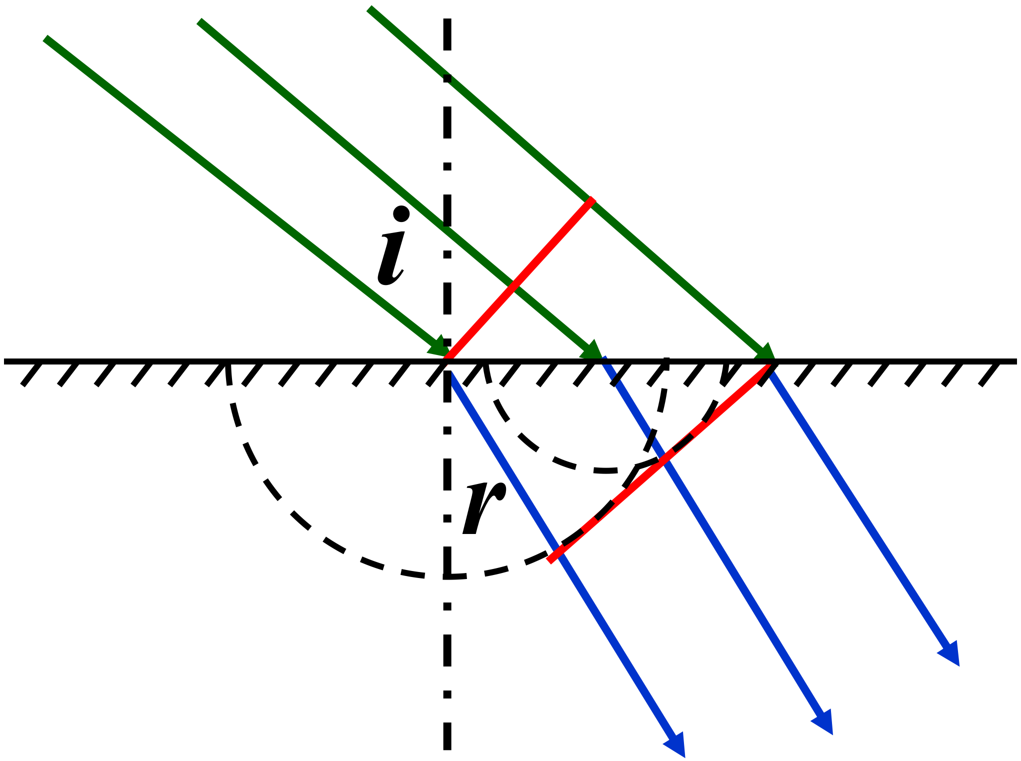


$r = u\Delta t$

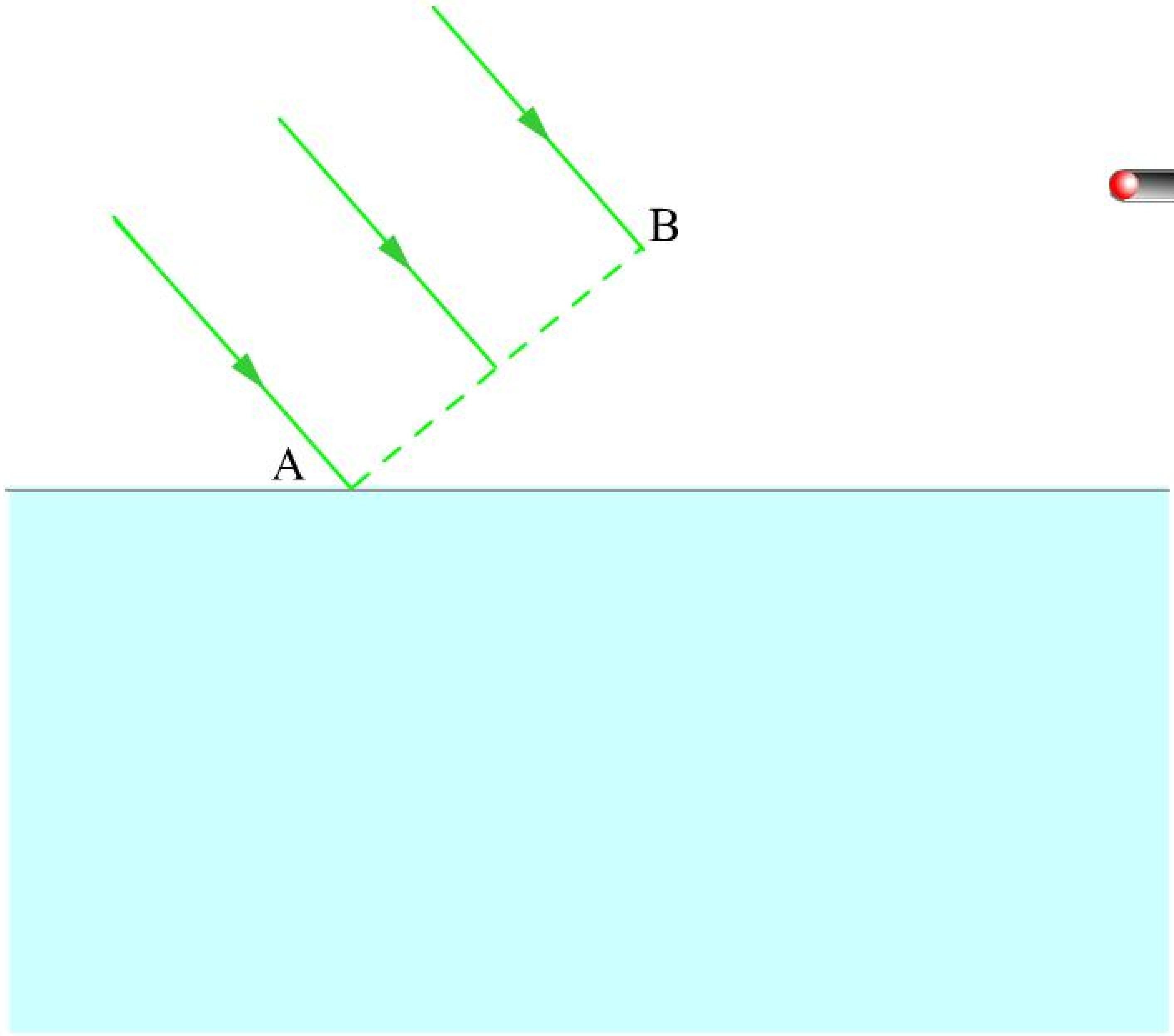
$= \overline{FD}$

$i = i'$


i
A



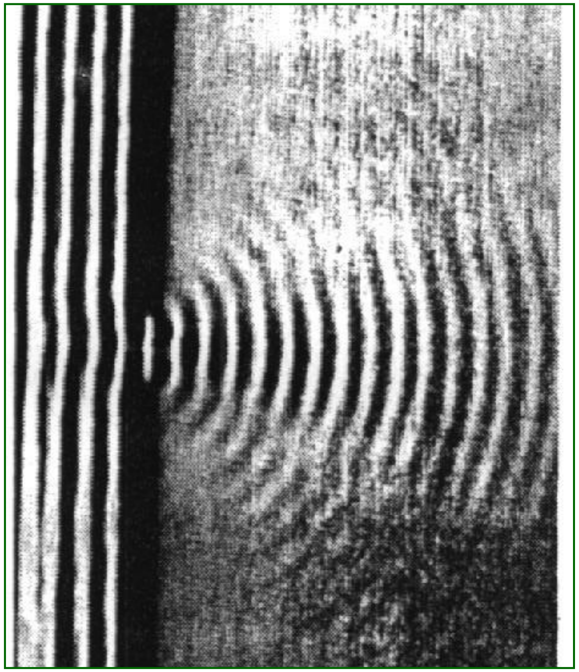
折射定律：$\dfrac{\sin i}{\sin r}=\dfrac{u_1}{u_2}$


B
A

3. 解释波的衍射现象

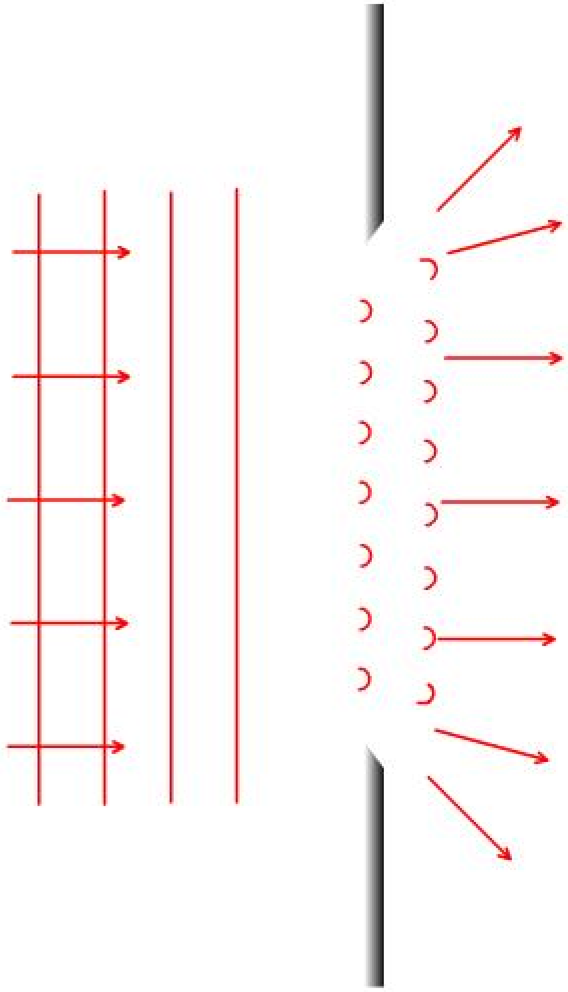
衍射：波在传播过程中遇到障碍物时，绕过障碍物的边缘前进的现象。

“室外讲话，墙外有耳”

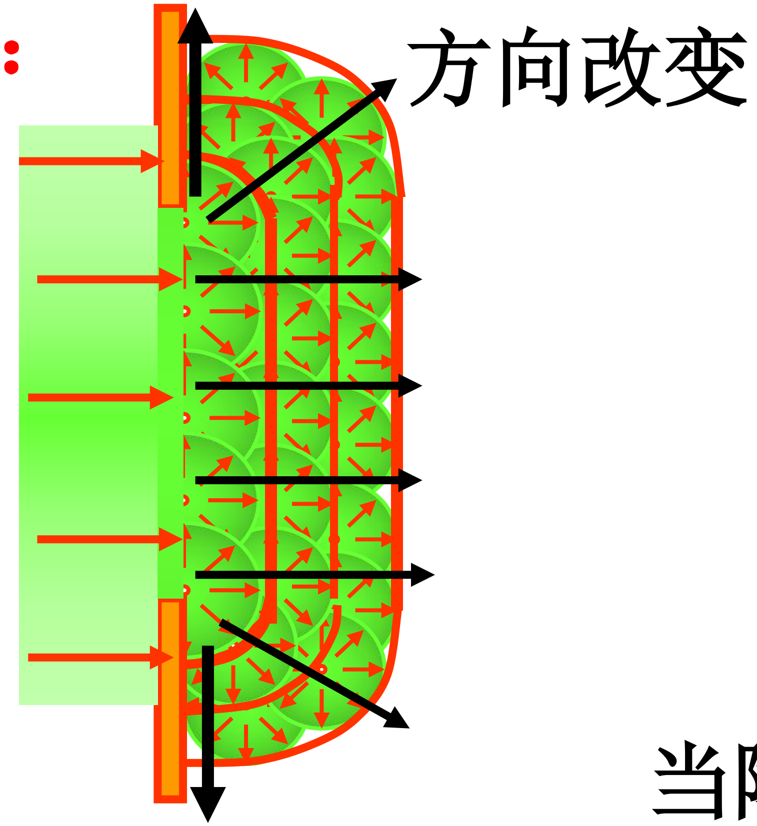


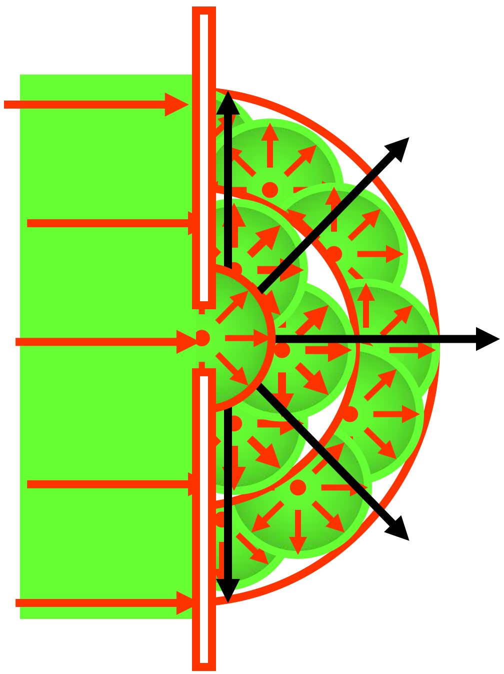
水波的衍射

简单地说，衍射就是波偏离直线传播的现象。



解释：





不足：不能解释波的强度及为什么只考虑向前传播的波。

当障碍物或小孔的尺寸与波长可以相比时，衍射现象才显著。

障碍物或小孔的尺寸越小，衍射现象越显著。

§ 6.5　波的叠加原理和干涉

一、波的叠加原理

振幅 波长 显示/隐藏 复位 退出

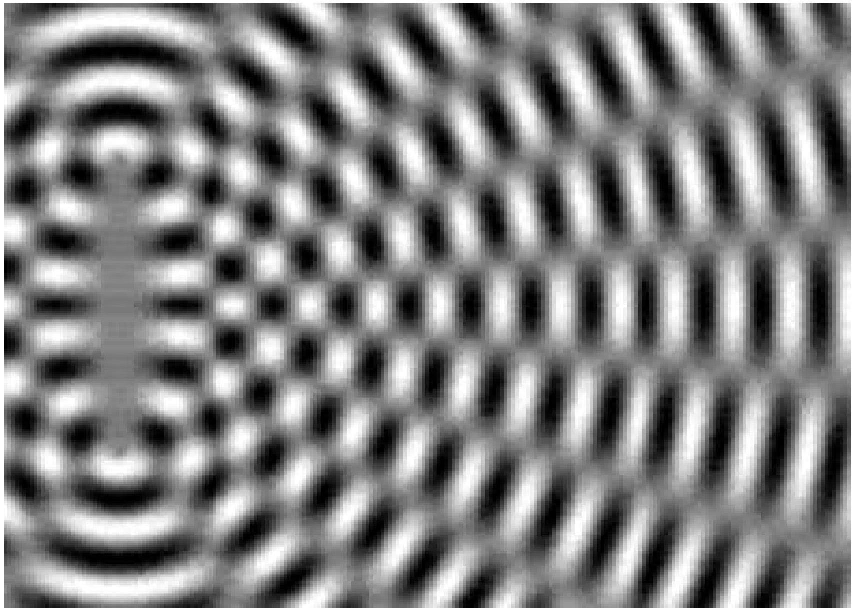
1. 几列波相遇时，将保持各自原有特性不变，（ν、λ、振动方向、传播方向等），继续传播，互不干扰。

2. 在相遇区域，各点的实际振动是各列波单独存在时在该点引起振动的叠加。

二、波的干涉

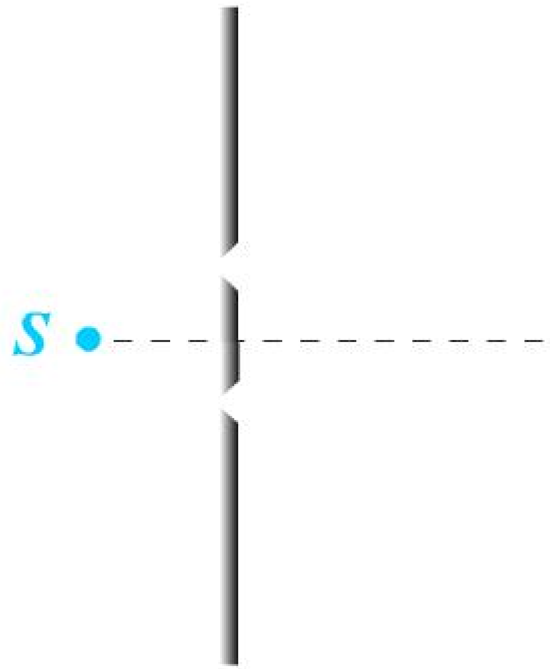
1. 干涉现象

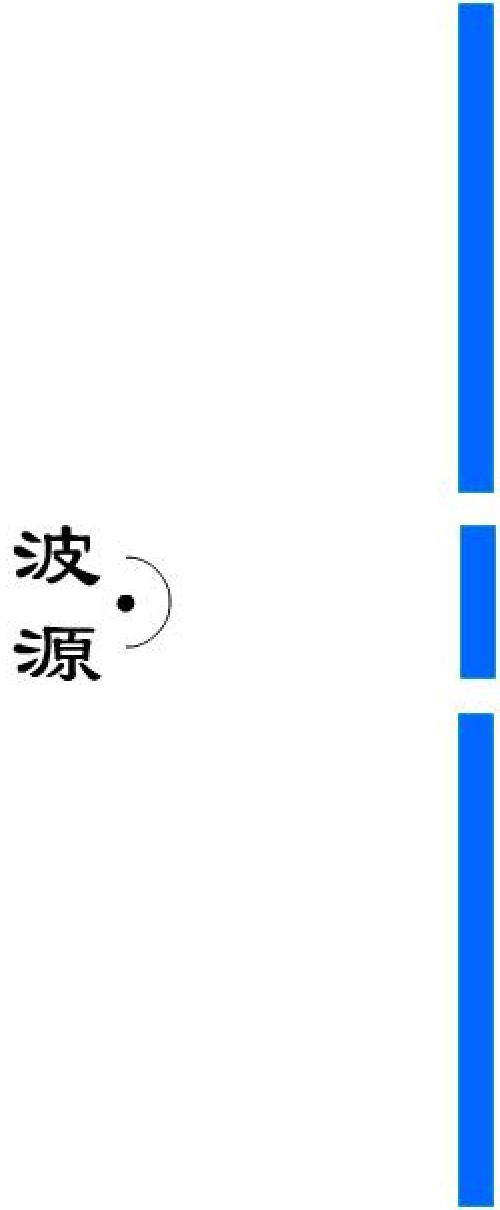
两列波在空间中相遇后，使媒质中某些地方振动始终加强，而另外一些地方振动始终减弱的现象。



相干条件：

频率相同、振动方向相同、相位相同或相位差恒定。


S



单一波源产生的干涉现象

球面波

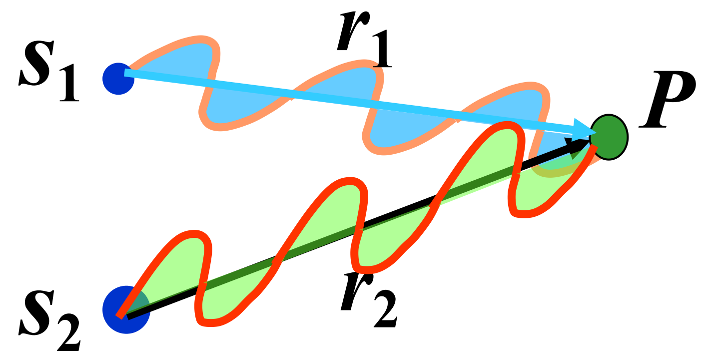
平面波

2. 强弱分布规律

两相干波源S_1，S_2：

$$y_{10} = A_{10}\cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$y_{20} = A_{20}\cos(\omega t + \varphi_2)$$



传播到P点引起的分振动：

$$y_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1 - \frac{2\pi r_1}{\lambda})$$

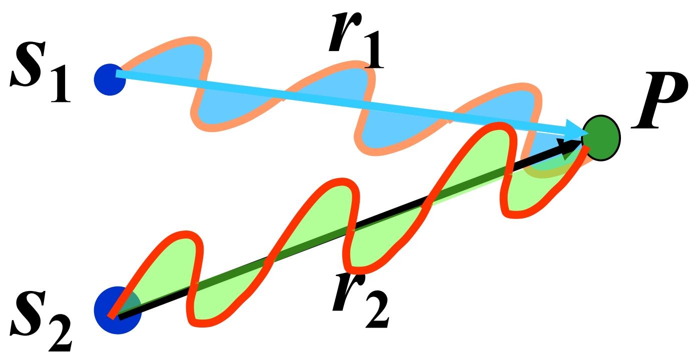
$$y_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2 - \frac{2\pi r_2}{\lambda})$$

P的合振动：$y = y_1 + y_2 = A\cos(\omega t + \varphi)$

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$$

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$$

$\Delta\varphi$ 由 P 点决定



两个频率相同、振动方向相同、初相差恒定的波，在空间引起的合振动的强弱由空间位置决定。

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$$
$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$$

$$\begin{cases}\Delta\varphi=2k\pi \quad k=0,\pm1,\pm2\ldots \\ \quad A=A_1+A_2 \\ \Delta\varphi=(2k+1)\pi \quad k=0,\pm1,\pm2\ldots \\ \quad A=\left|A_1-A_2\right|\end{cases}$$

振幅最大 振动最强

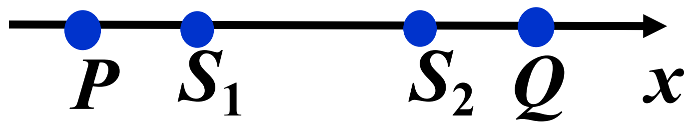
振幅最小 振动最弱

$$\varphi_1=\varphi_2\text{：}\ \Delta\varphi=2\pi\frac{r_1-r_2}{\lambda}=2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

波程差 $\delta=\begin{cases}k\lambda & \text{振动最强}\\(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{振动最弱}\end{cases}$

例6.4： 两相干波源S_1，S_2相距四分之一波长，S_1相位比S_2超前$\pi/2$，每列波的振幅均为A_0。求：S_1，S_2连线上S_1和S_2外侧各点的振幅。

解： $\overline{S_1S_2} = \dfrac{\lambda}{4} \quad \varphi_2 - \varphi_1 = -\dfrac{\pi}{2}$



$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

（1）S_1外侧P点

$$r_2 - r_1 = \overline{S_2P} - \overline{S_1P} = \frac{\lambda}{4}$$

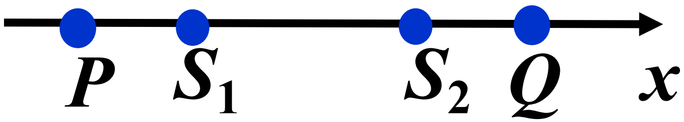
$$\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{4} = -\pi$$

$$\therefore A = \left|A_1 - A_2\right| = 0$$

P点因干涉而静止

（2）S_2外侧Q点

$$r_2 - r_1 = \overline{S_2Q} - \overline{S_1Q}$$



$$= -\frac{\lambda}{4}$$

$$\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{\lambda}\left(-\frac{\lambda}{4}\right) = 0$$

$$A = A_1 + A_2 = 2A_0$$

Q点干涉加强

结论：S_1外侧无振动，S_2外侧振动加强。

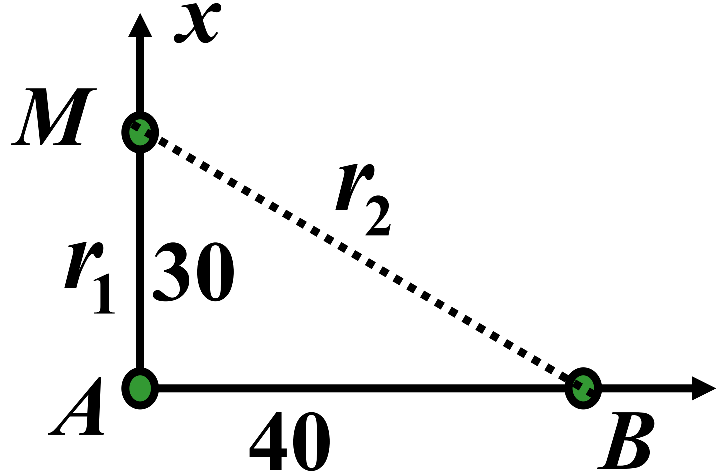
例： A、B为二相干波源，发出波长λ=10cm的平面简谐波，振幅分别为A_1=4cm, A_2=3cm，已知AB间距40cm，AM间距30cm。

(1) $\varphi_1=\pi/3$，$\varphi_2=4\pi/3$，求：M点合振动的振幅

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-\frac{2\pi(r_2-r_1)}{\lambda}$$

$$=\frac{4\pi}{3}-\frac{\pi}{3}-2\pi\frac{50-30}{10}$$

$$=-3\pi$$

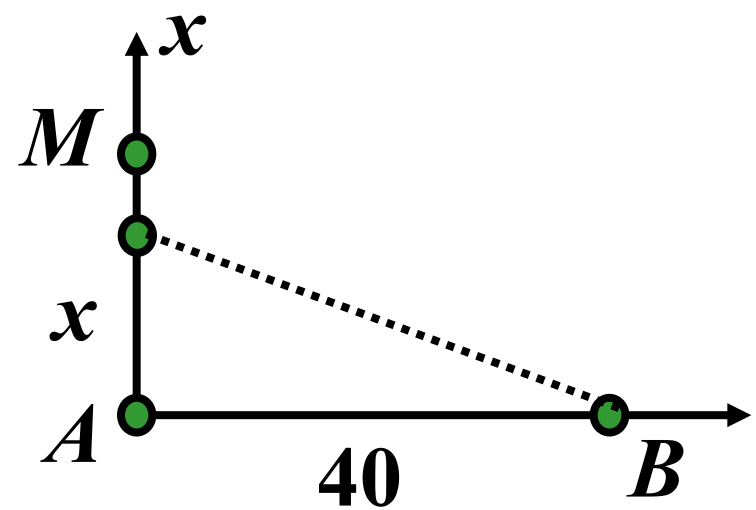


$$A=\left|A_1-A_2\right|=1\,\text{cm}$$

(2) $\varphi_1=\varphi_2$，求：连线AM上干涉加强点的位置。

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-\frac{2\pi(\sqrt{40^2+x^2}-x)}{\lambda}=2k\pi$$

$$-\frac{2\pi(\sqrt{40^2+x^2}-x)}{10}=2k\pi$$



$$x=5k-\frac{80}{k}$$

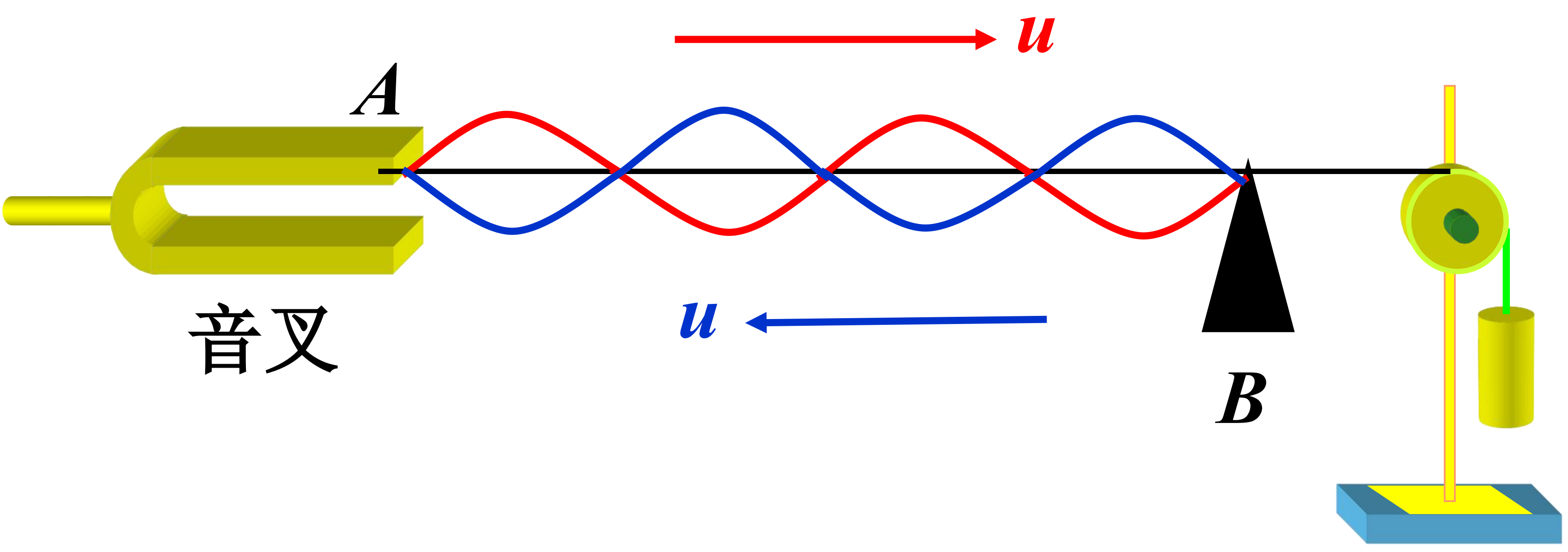
$\because x\in[0,30]\quad \therefore k=-4,-3,-2$

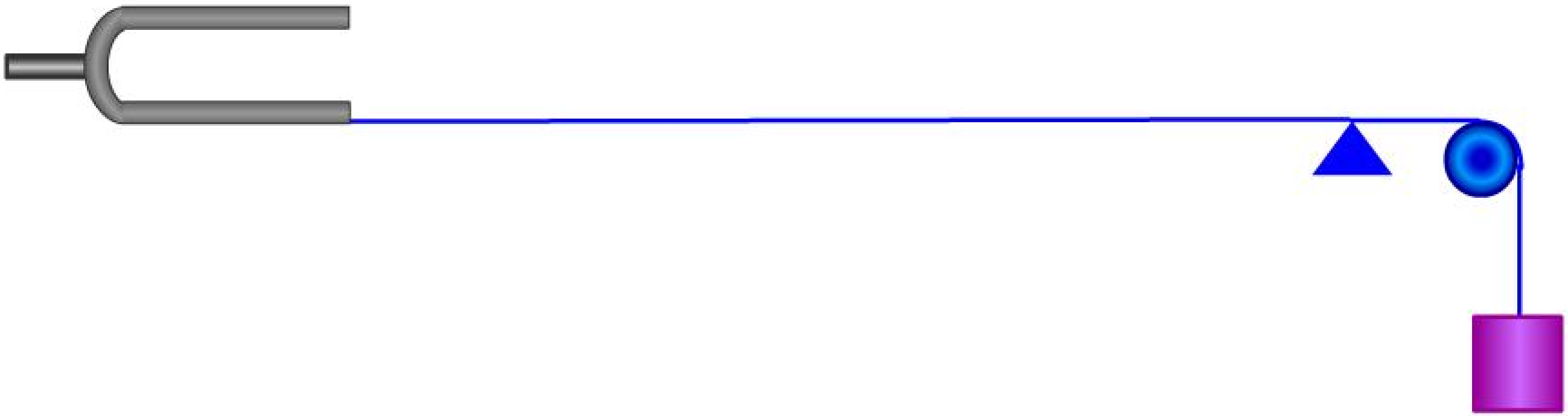
干涉加强点：$x=0,11\dfrac{2}{3},30\text{cm}$处

§ 6.6 驻波

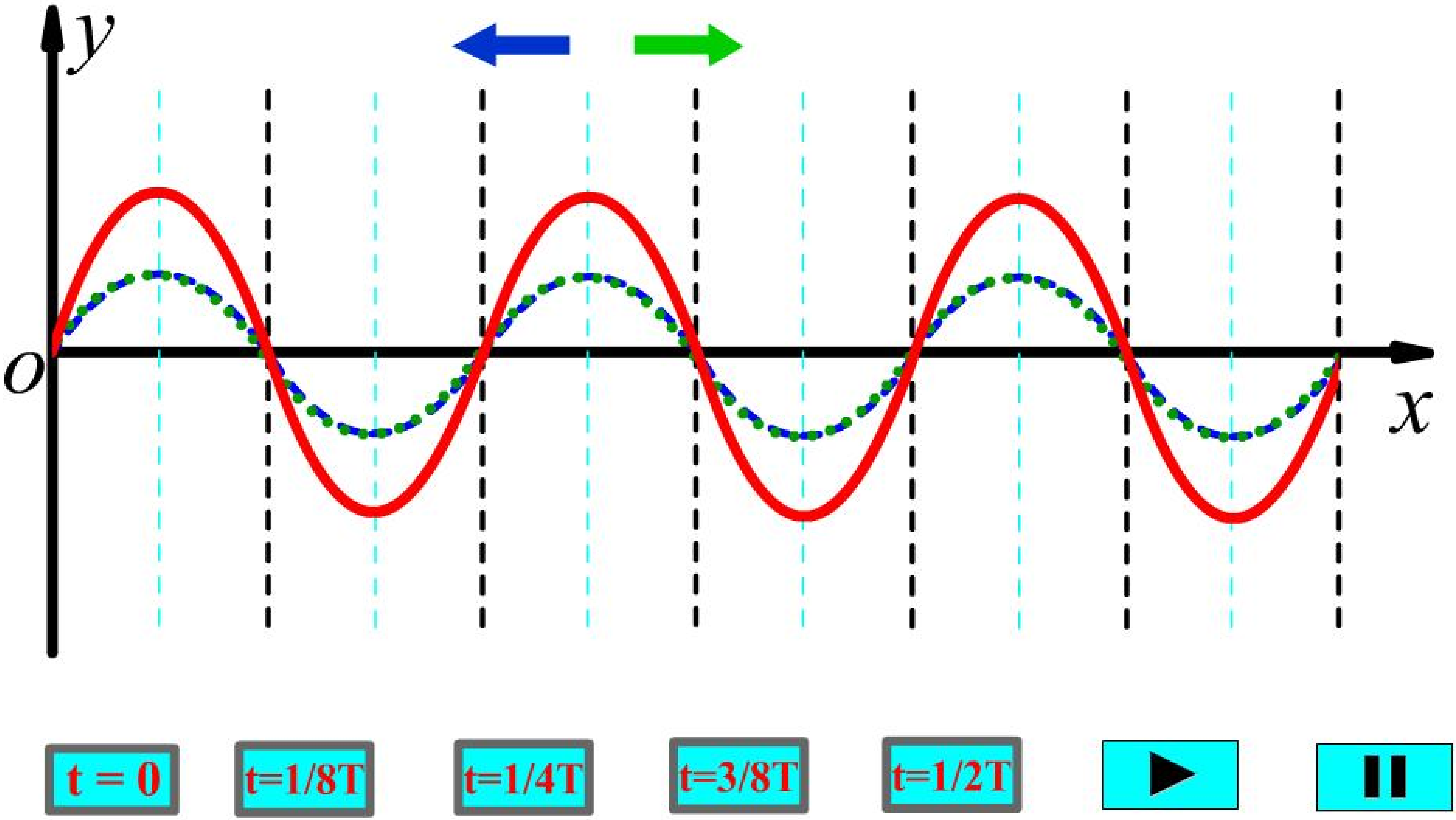
两列相干波：振幅相同、在同一直线上沿相反方向传播

一、驻波的产生





驻波演示



驻波形成的物理过程

二、驻波的方程

正向传播：$y_1 = A_0 \cos(\omega t - 2\pi \dfrac{x}{\lambda})$

反向传播：$y_2 = A_0 \cos(\omega t + 2\pi \dfrac{x}{\lambda})$

合成波：

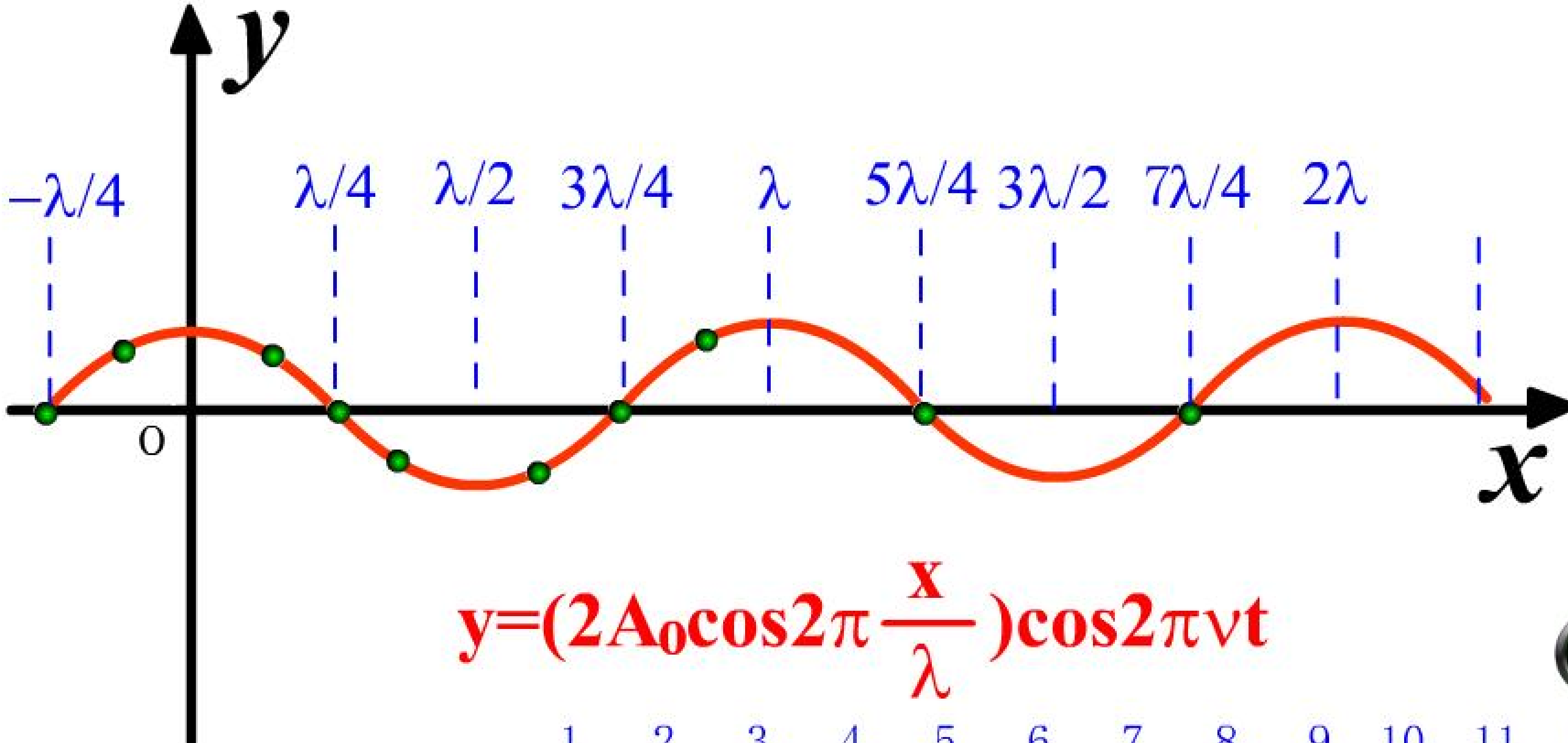
$$y = y_1 + y_2$$

$$= A_0 \cos(\omega t - 2\pi \frac{x}{\lambda}) + A_0 \cos(\omega t + 2\pi \frac{x}{\lambda})$$

$$= (2A_0 \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}) \cos \omega t$$

$$\boxed{y = (2A_0 \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}) \cos \omega t}$$

驻波演示



$$y=(2A_0\cos 2\pi\frac{x}{\lambda})\cos 2\pi\nu t$$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

帧

x_1处质点振动方程：

$$y_{x=x_1}=(2A_0\cos\frac{2\pi}{\lambda}x_1)\cos\omega t$$

x_2处质点振动方程：

$$y_{x=x_2}=(2A_0\cos\frac{2\pi}{\lambda}x_2)\cos\omega t$$

频率：$\frac{\omega}{2\pi}$　　振幅：$\left|2A_0\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\right|$

各质点作同频率的谐振动，但振幅不同。

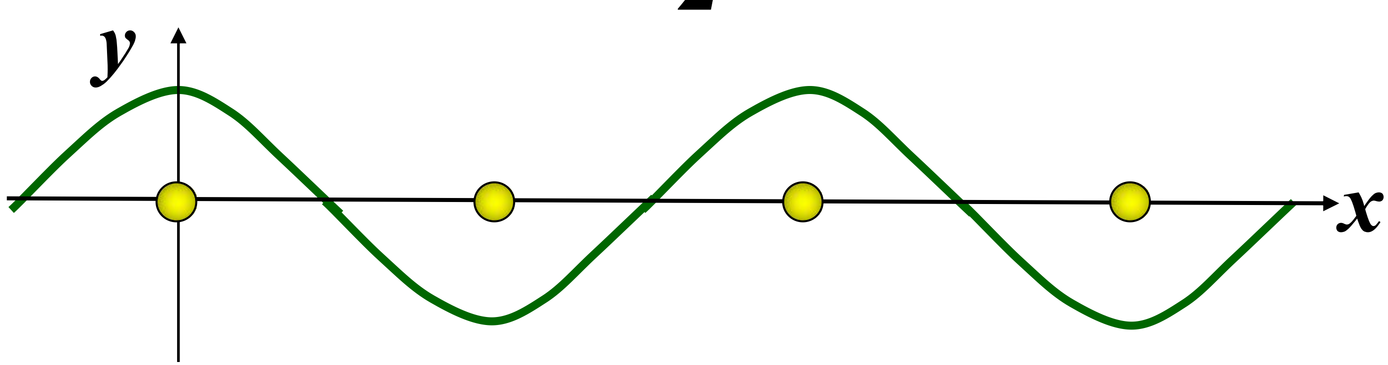
二、驻波的特征

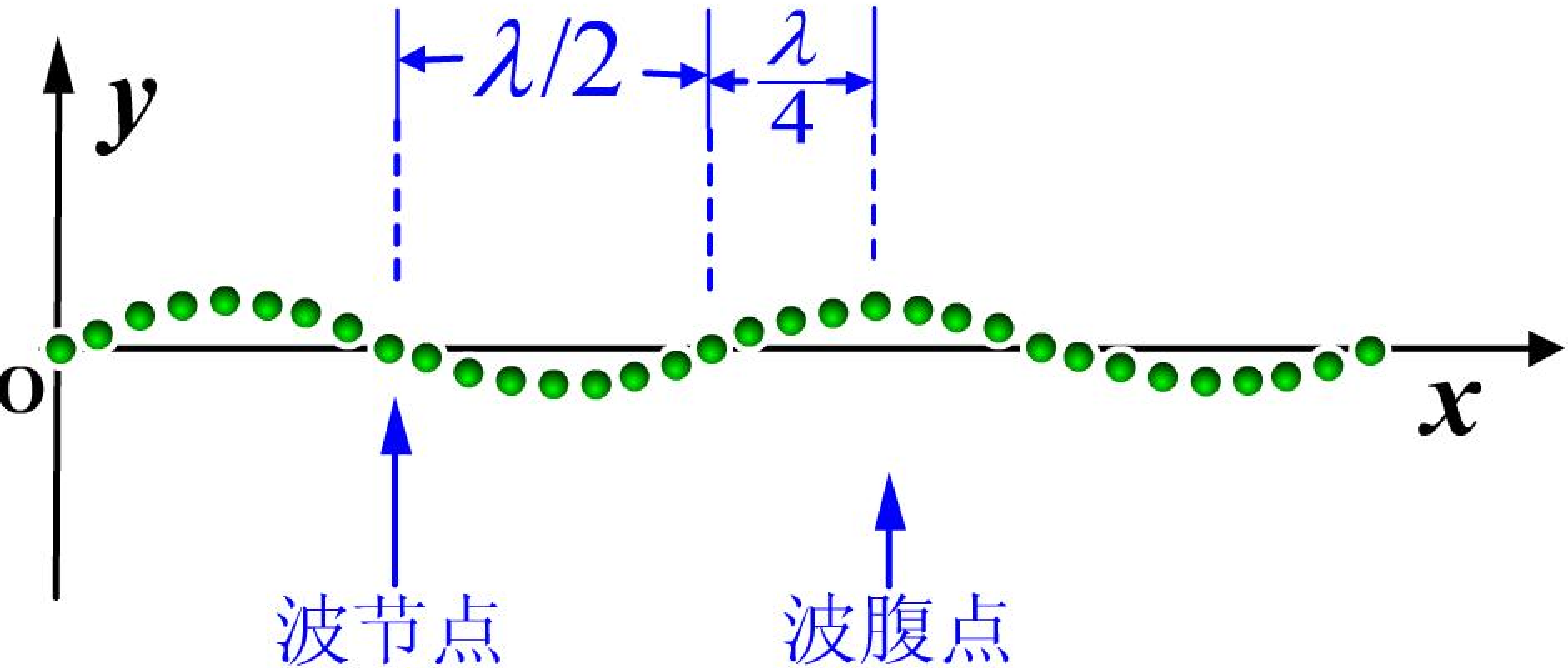
1. 振幅特征 $\left|2A_0\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right|$

（1）波腹： $A=2A_0$

$$\left|\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right|=1 \qquad \therefore \frac{2\pi}{\lambda}x=\pm k\pi$$

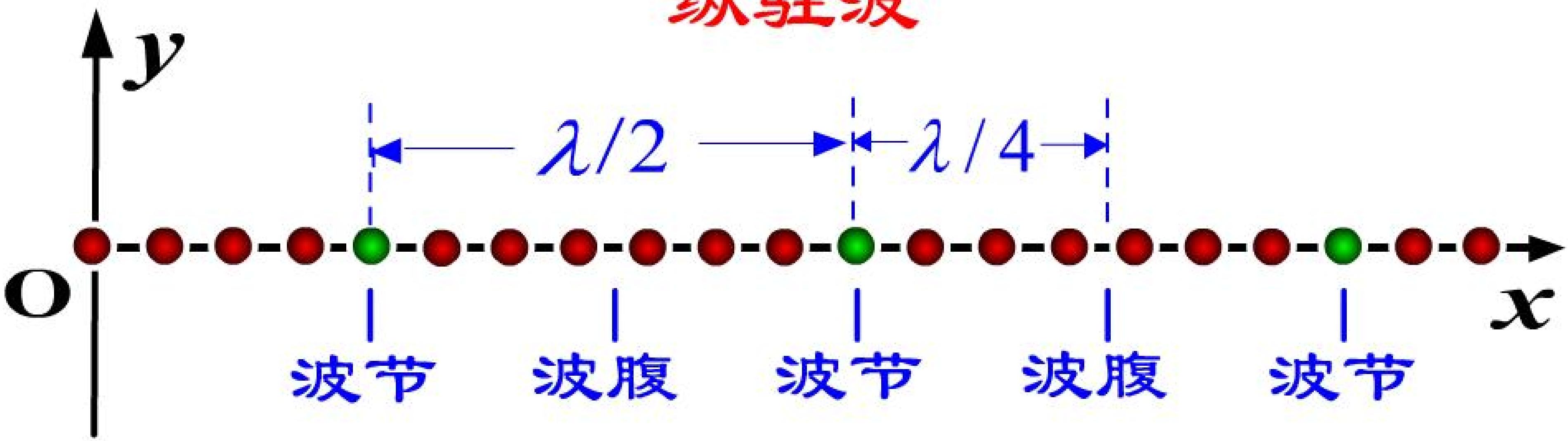
波腹坐标：$x=\pm k\dfrac{\lambda}{2} \qquad k=0,1,2\ldots$

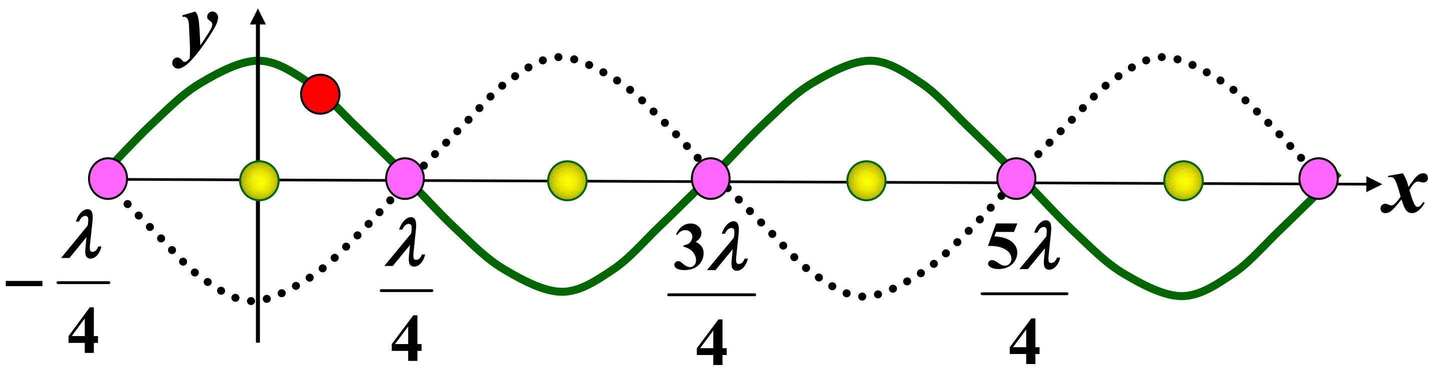




y
o
x
λ/2
$\frac{\lambda}{4}$
波节点
波腹点

纵驻波





（2）波节　$A=0$

$$\left|\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right|=0 \qquad \therefore \frac{2\pi}{\lambda}x=\pm(2k+1)\frac{\pi}{2}$$

波节坐标：$x=\pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{4}\quad k=0,1,2\ldots$

（3）其它点　$0<A<2A_0$

总结　相邻波腹（节）距离：$\dfrac{\lambda}{2}$

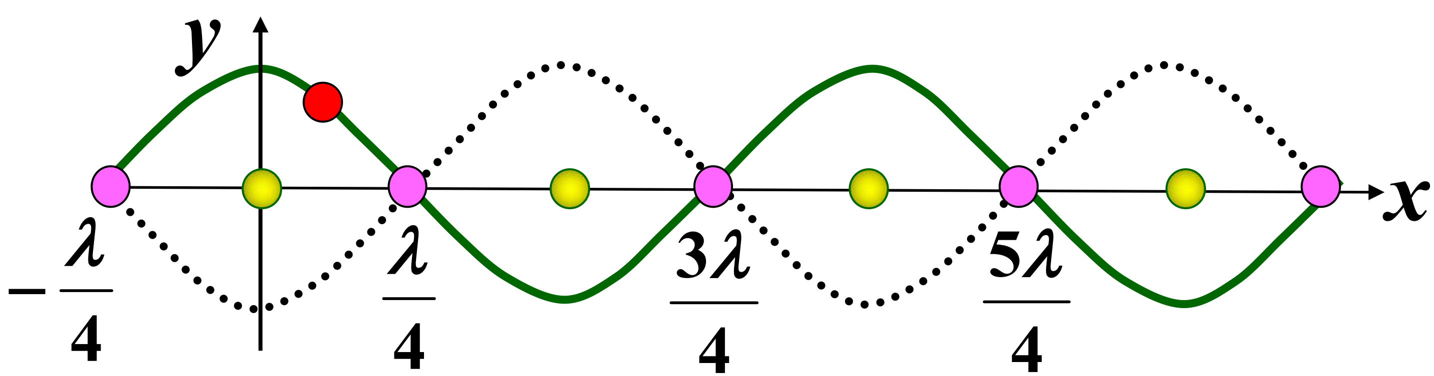
相邻波腹波节距离：$\Delta x=\dfrac{\lambda}{4}$

2. 相位特征

$$y=(2A_0\cos\frac{2\pi}{\lambda}x)\cos\omega t$$

$$x\in(-\frac{\lambda}{4},\frac{\lambda}{4}) \qquad \cos\frac{2\pi}{\lambda}x>0$$

$$y=\left|2A_0\cos(2\pi\frac{x}{\lambda})\right|\cos(\omega t) \qquad \boxed{\Phi=\omega t}$$



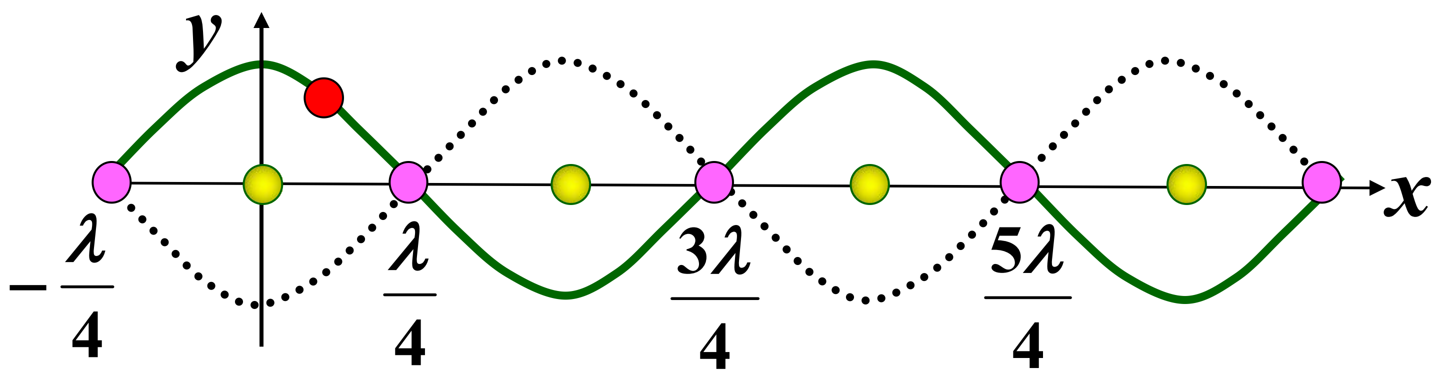
$$x \in (\frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}) \qquad \cos\frac{2\pi}{\lambda}x < 0$$

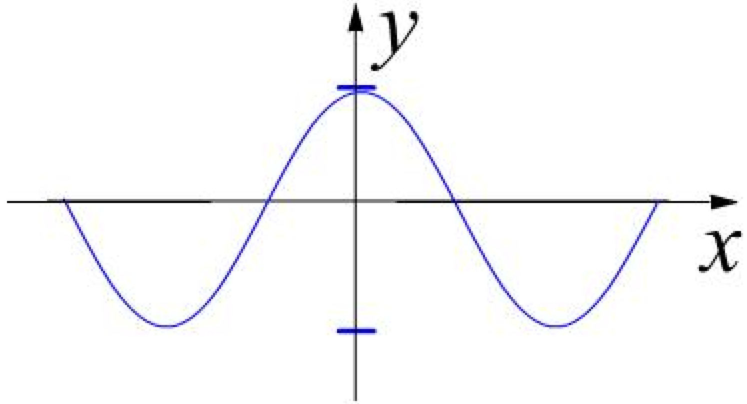
$$y = \left| 2A_0 \cos(2\pi \frac{x}{\lambda}) \right| \cos(\omega t + \pi) \qquad \boxed{\Phi = \omega t + \pi}$$

结论

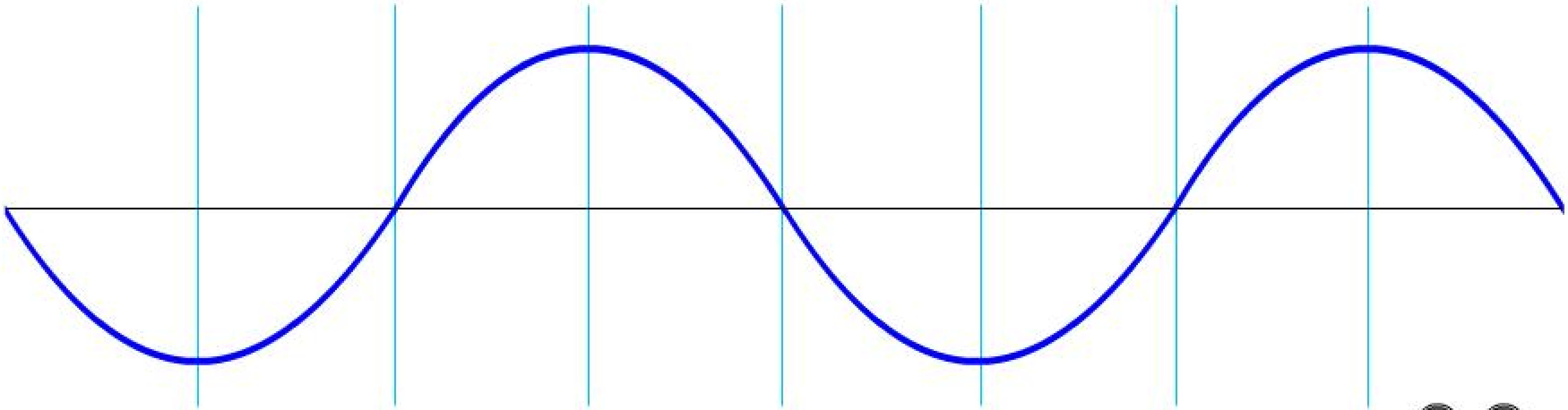
（1）两相邻波节间的点，相位相同；

（2）一个波节两侧的点，相位相反。

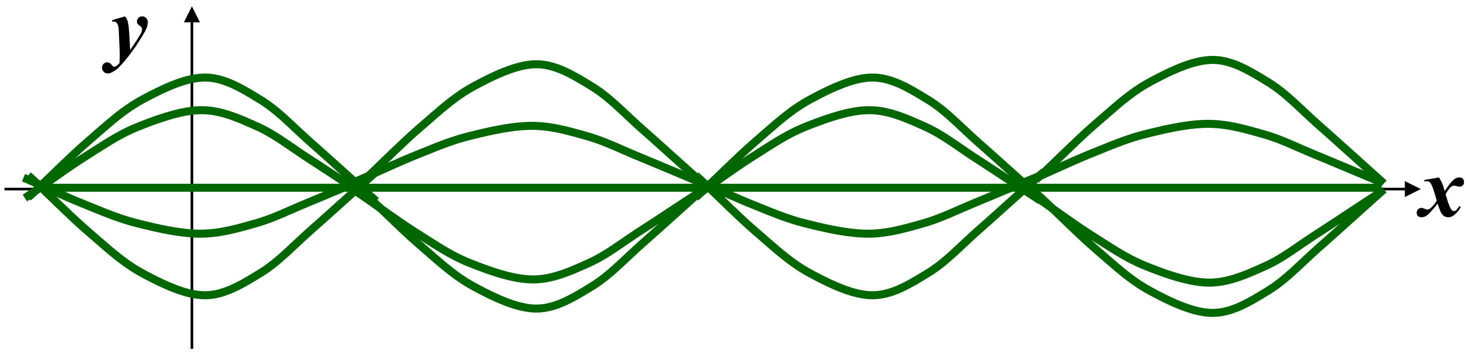



y
x

3. 能量特征



弦线上的驻波



最大位移：动能 = 0，势能最大

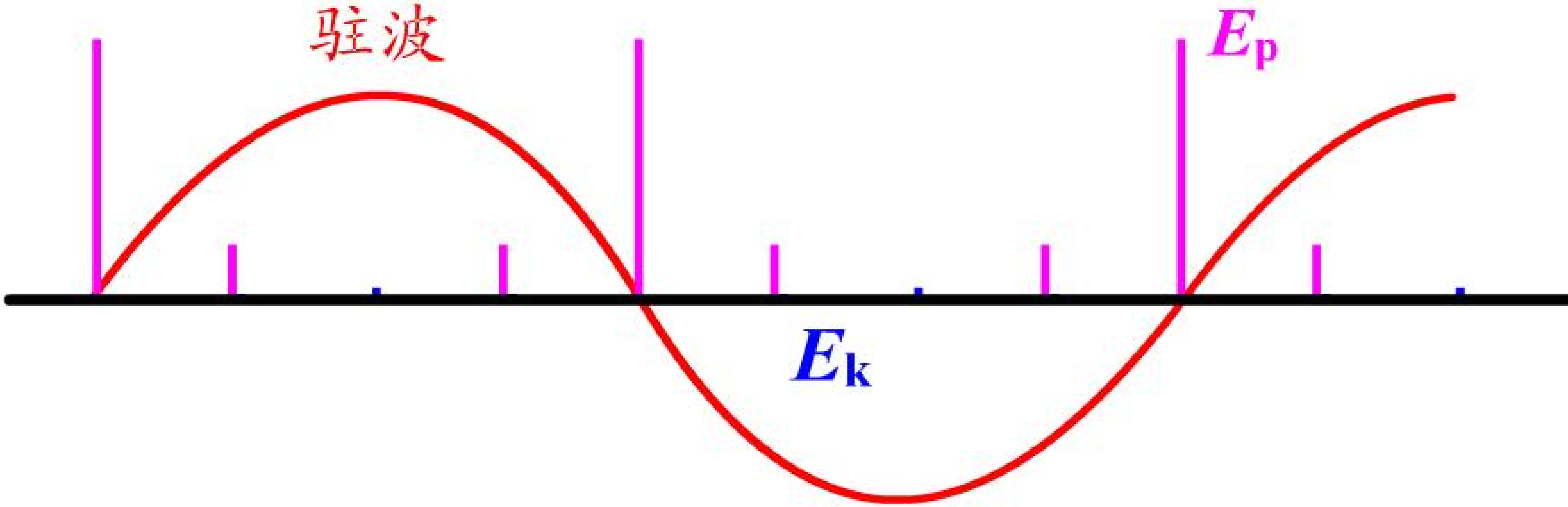
能量集中在波节附近

平衡位置：动能最大，势能 = 0

能量集中在波腹附近

（1）动能和势能不断转换。

（2）能量不断地在波节和波腹之间转移，但没有能量定向传播。


驻波
E_p
E_k

注意 驻波和行波的区别

(1) 振幅分布

平面简谐行波：振幅与x无关

驻波：振幅随x呈周期性分布

(2)相位分布

行波：相位随x均匀变化

驻波：两波节间相同，波节两侧相反。

(3) 行波传播能量，驻波不传播能量。

驻波没有波形、相位和能量的传播，是系统的一种稳定的振动状态。

三、驻波的应用

1. 半波损失　反射时相位突变π的现象

2. 媒质分类

媒质密度：ρ　　波在媒质中的速度：u

波阻：ρu

波密媒质：波阻相对较大者

波疏媒质：波阻相对较小者

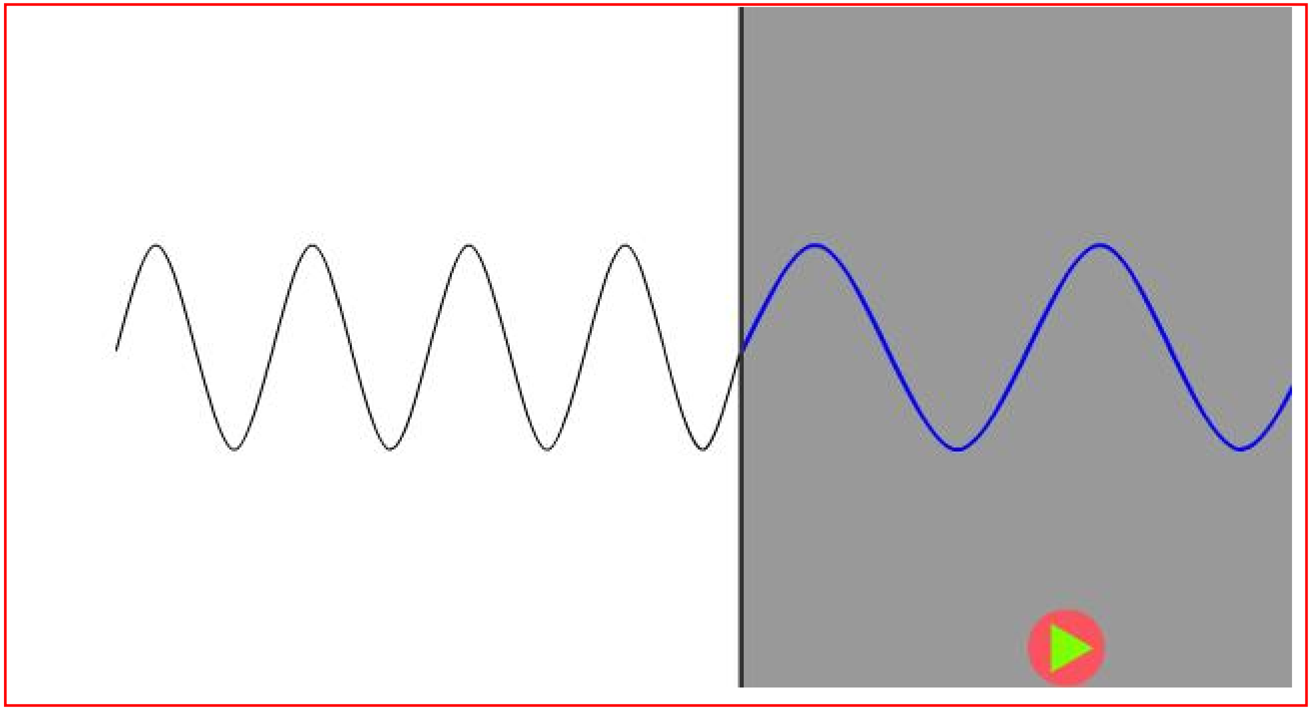
当波从波疏媒质传向波密媒质，在界面上反射时，将产生半波损失。

结论

（1）若波从波疏媒质→波密媒质

$$\Phi_{反} = \Phi_{入} \pm \pi$$

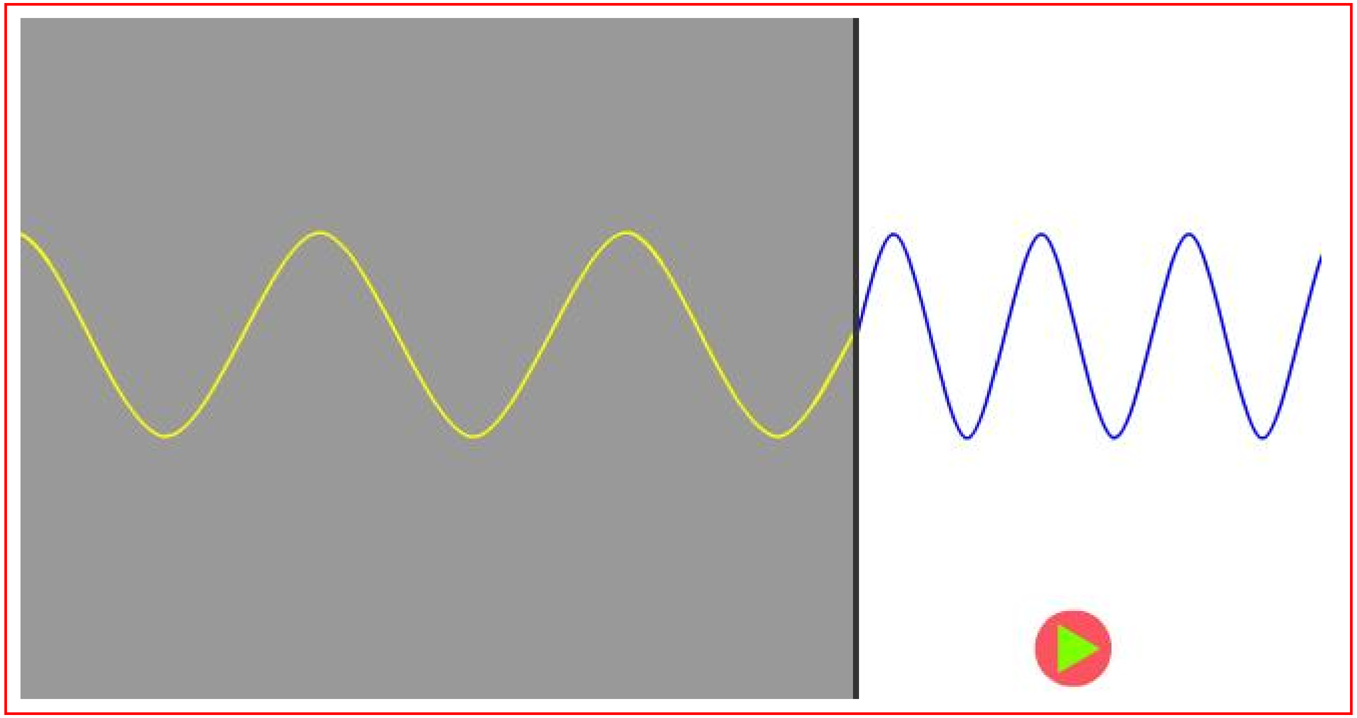
在反射端反射波与入射波相位相反，反射端形成波节。



（2）若波从波密媒质→波疏媒质

在反射端反射波与入射波相位相同，

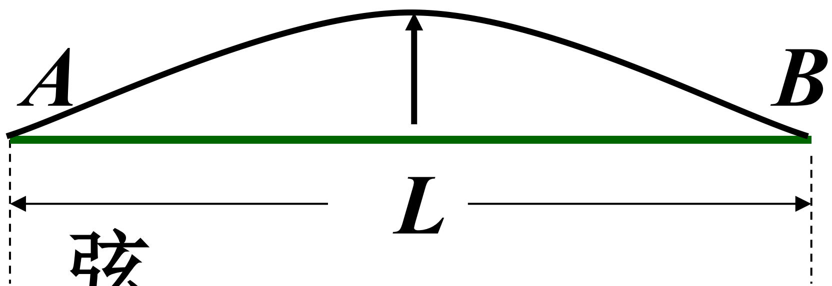
反射端形成波腹。



讨论

（1）两边均为波密（疏）媒质

反射端均为波节（波腹）



弦上的驻波

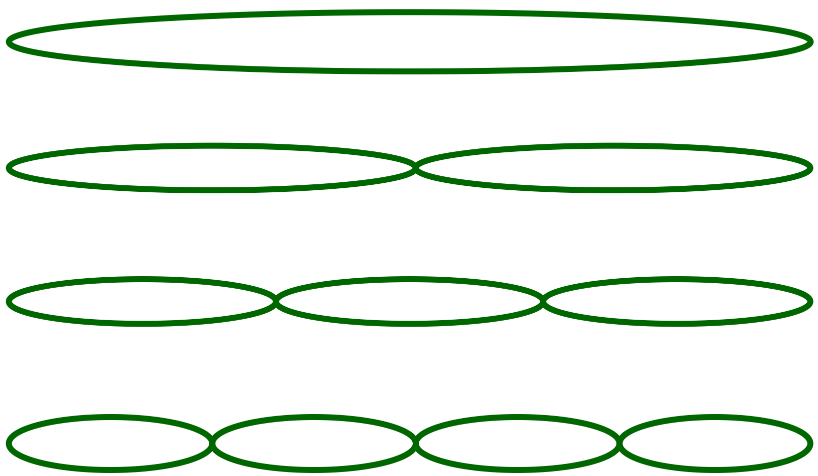
$$L = n\frac{\lambda_n}{2}$$

n=1

n=2

n=3

n=4



$$\nu_n = \frac{u}{\lambda_n} = n\frac{u}{2L}$$

ν_1 基频

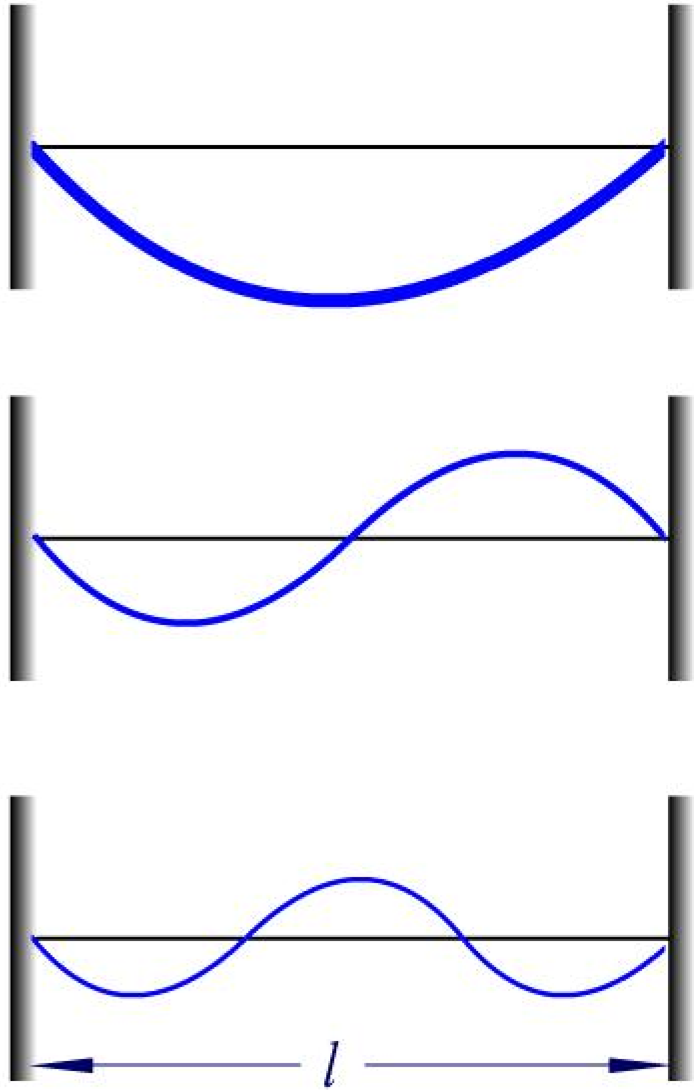
$\nu_2 \ldots$ 谐频

两端固定弦线振动的简正模式

$$l = \frac{\lambda_1}{2}$$

$$l = \frac{2\lambda_2}{2}$$

$$l = \frac{3\lambda_3}{2}$$



（2）一边为波密媒质， 一边为波疏媒质

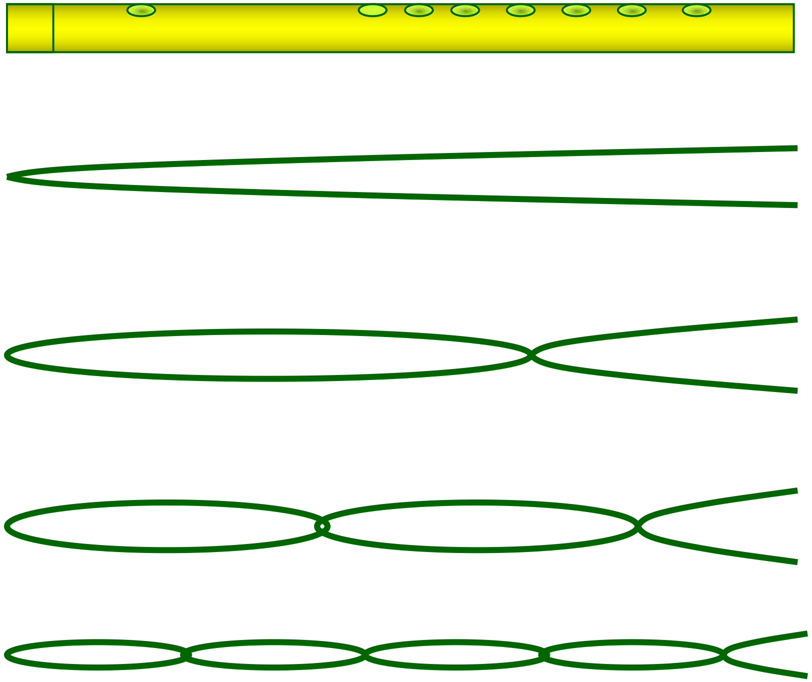
波节　　　　　　　　波腹

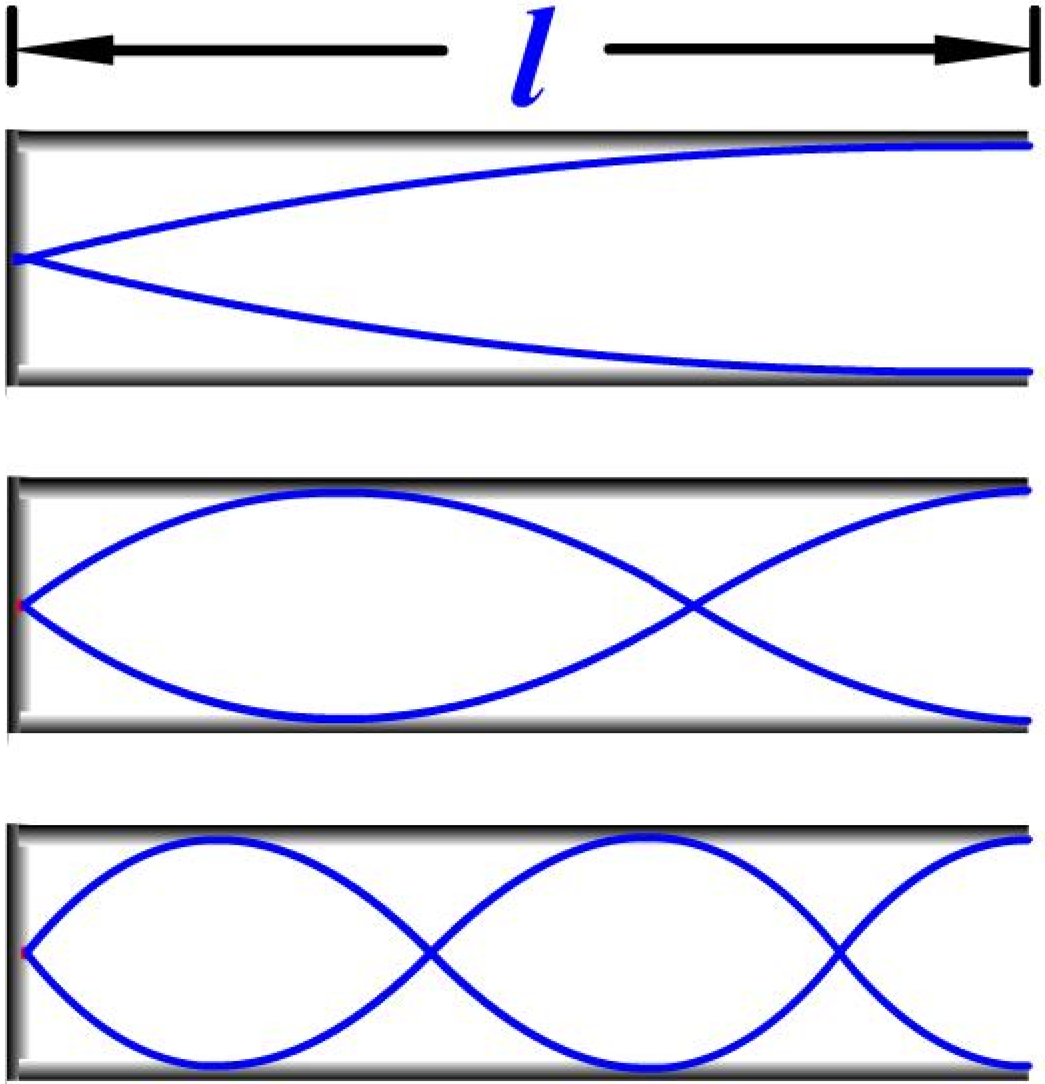
$$L = (2n-1)\frac{\lambda_n}{4}$$

$$n = 1,2,3\cdots$$

$$\nu_n = (2n-1)\frac{u}{4L}$$

基频：$\nu_1 = \dfrac{u}{4L}$



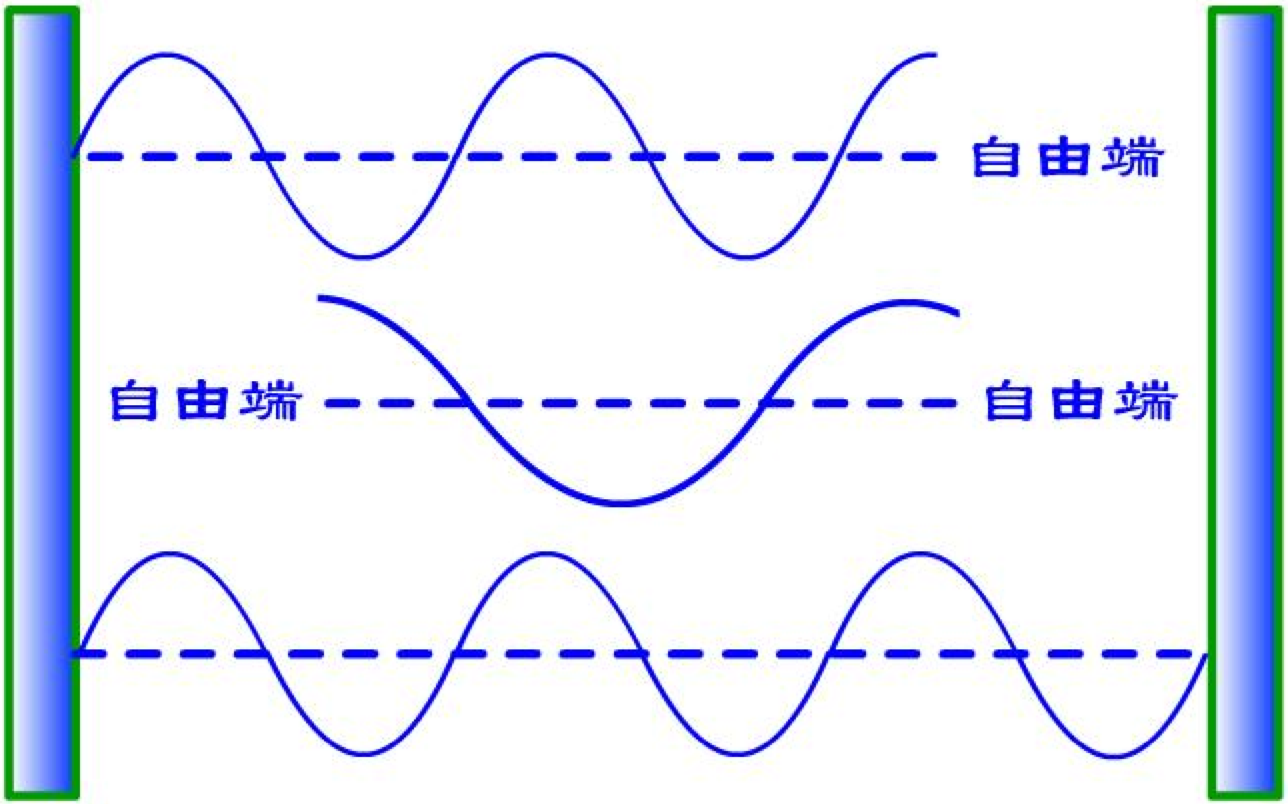


$$l = \frac{\lambda_1}{4}$$

$$l = \frac{3\lambda_2}{4}$$

$$l = \frac{5\lambda_3}{4}$$

驻波的边界条件



*§6.7　声波

一、声波

纵波， 可在固体、液体和气体传播

可闻声波：20 ~2×10^4Hz

次声波：<20Hz

超声波：>2×10^4H

声波在理想气体中传播速度：$u=\sqrt{\dfrac{\gamma p}{\rho}}$

标准状态下空气中声速：

$$u = 331.2\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

二、声强级

$$I=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u$$

1000Hz附近：10^{-12}~1瓦·m^{-2}

规定基准声强：$I_0=10^{-12}$瓦·m^{-2}

声强级：

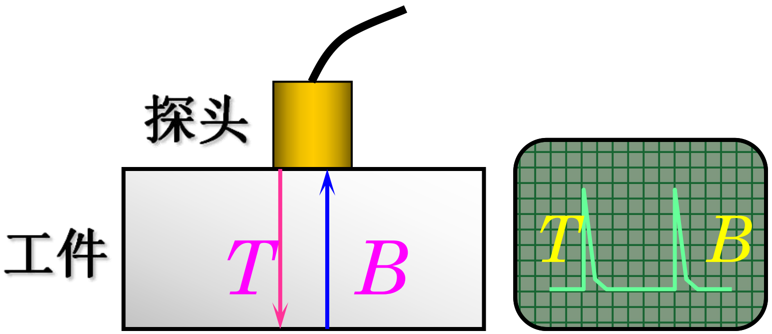
$$L=\lg\frac{I}{I_0} \qquad L=10\lg\frac{I}{I_0}(\mathrm{db})$$

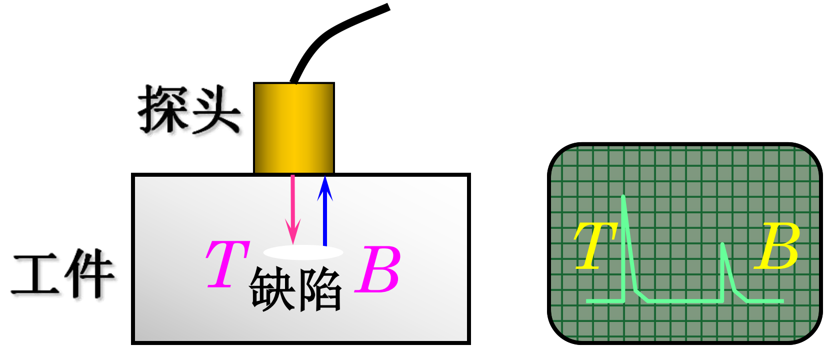
单位：贝尔（B）　　分贝（dB）

$$1\mathrm{B}=10\mathrm{dB}$$

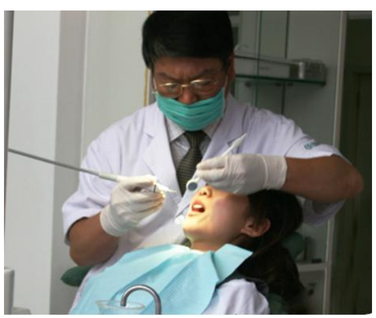
超声波的应用

• 超声波无损探伤

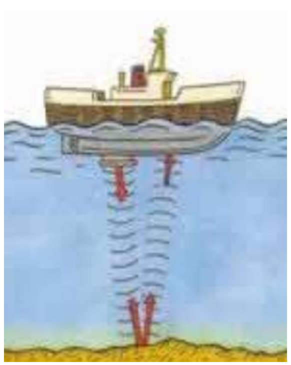




•医用



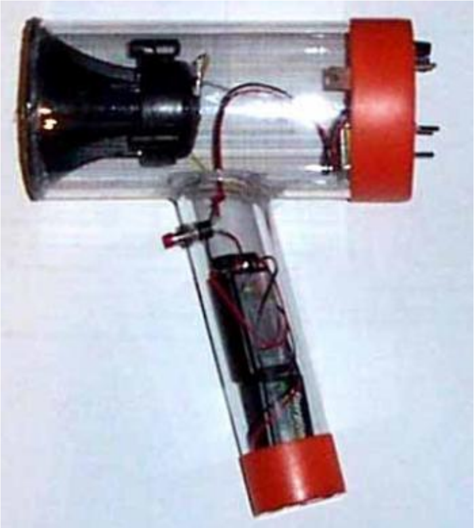
• 声纳：探测敌舰，测量水深



次声波的应用

地震、火山爆发、原子弹爆炸等都会产生次声波.

- 次声波可在地表传播很远距离。
- 根据次声波能量可测出爆炸的当量级。
- 次声军事侦察,次声武器。



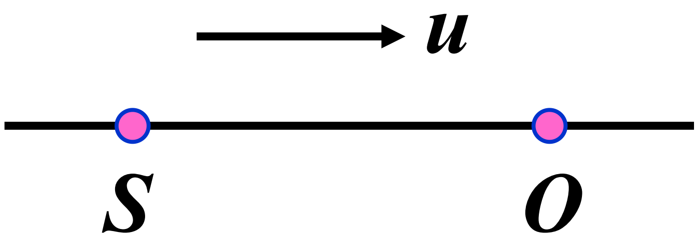
*§6.8 多普勒效应

一、多普勒效应

由于波源或观察者相对媒质发生相对运动，使观察者接收到的频率与波源频率不同的现象。

二、定量研究

波源和观察者的运动发生在二者连线上的情况。



S：波源 f,λ,v_S

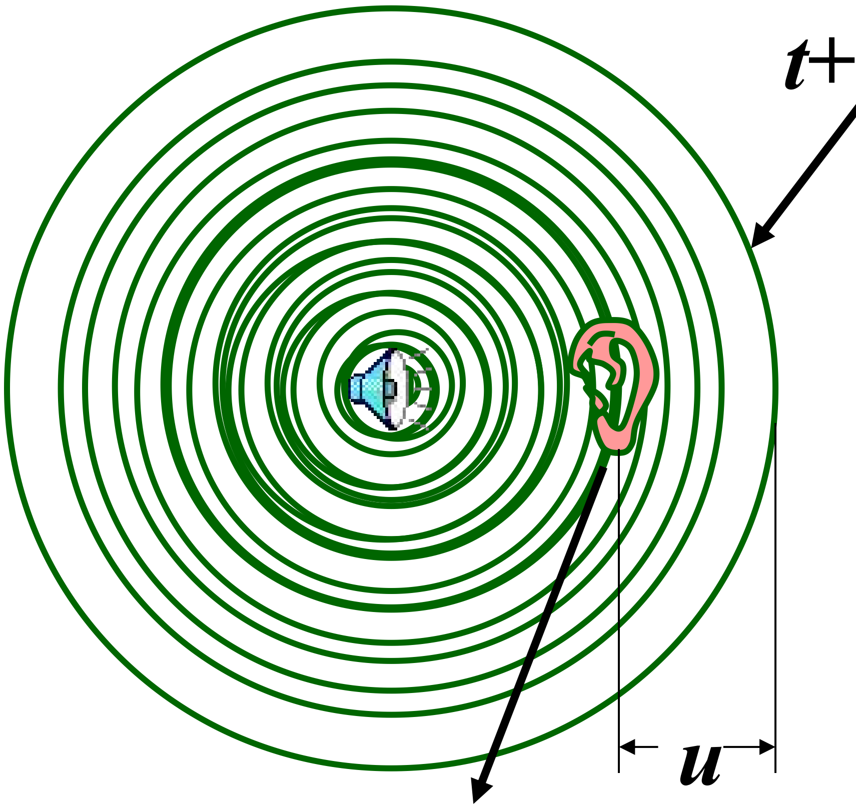
O：观察者 f',λ',v_O

u：波速

规定 S、O相向运动时速度v_S、v_O取正，相背运动时取负。

1. 波源与观察者均相对媒质静止（$v_S = v_O = 0$）

$t+1$秒时刻的波阵面

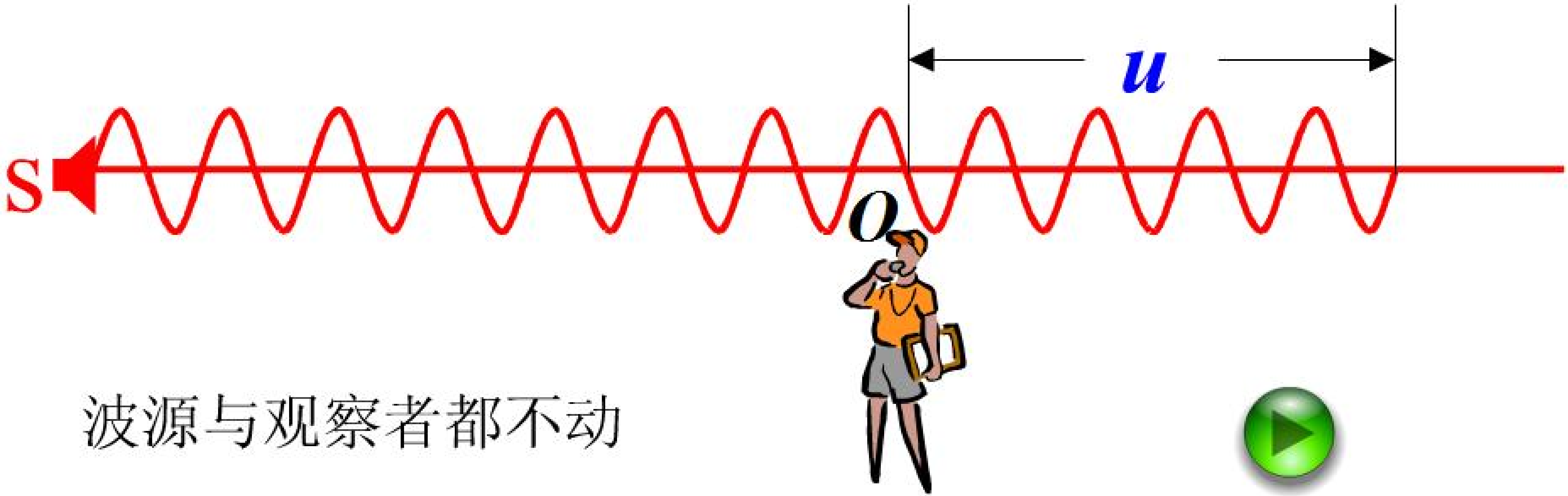


t时刻的波阵面

1秒内观测者收到的波长个数:

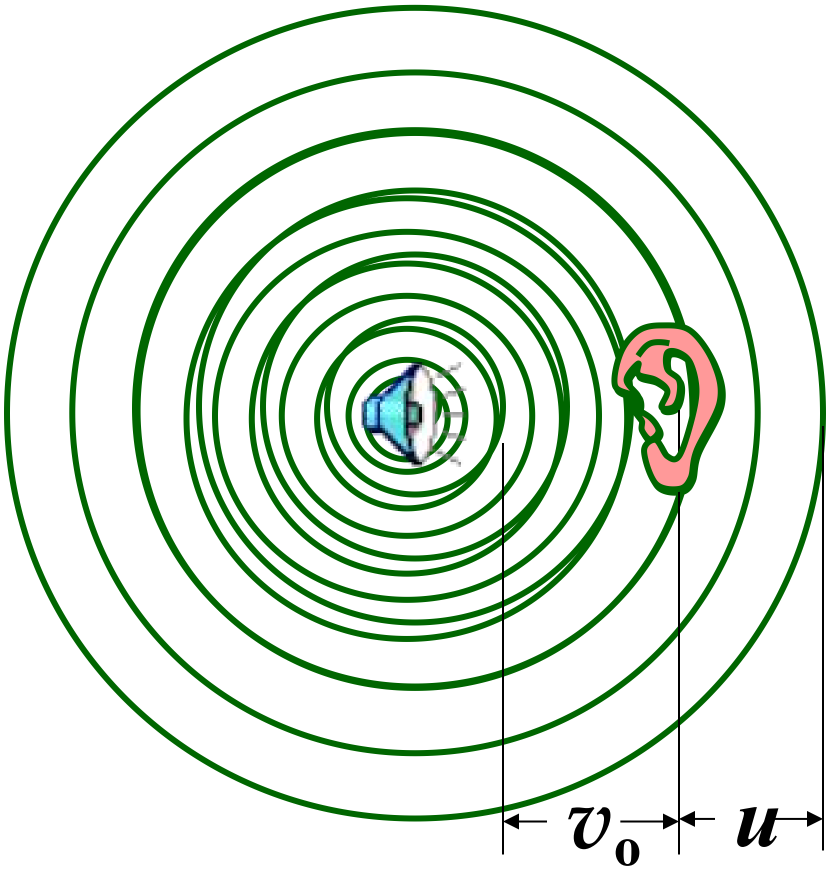
$$\therefore f' = \frac{u}{\lambda} = f$$

接收的频率等于波源的频率。



波源与观察者都不动

2. S不动，O相对媒质运动（$v_o \neq 0$）



$$\boxed{u' = u + v_o}$$

$$f' = \frac{u+v_o}{\lambda} = \frac{u+v_o}{uT}$$

$$\boxed{= \left(\frac{u+v_o}{u}\right) f}$$

O向着S运动：

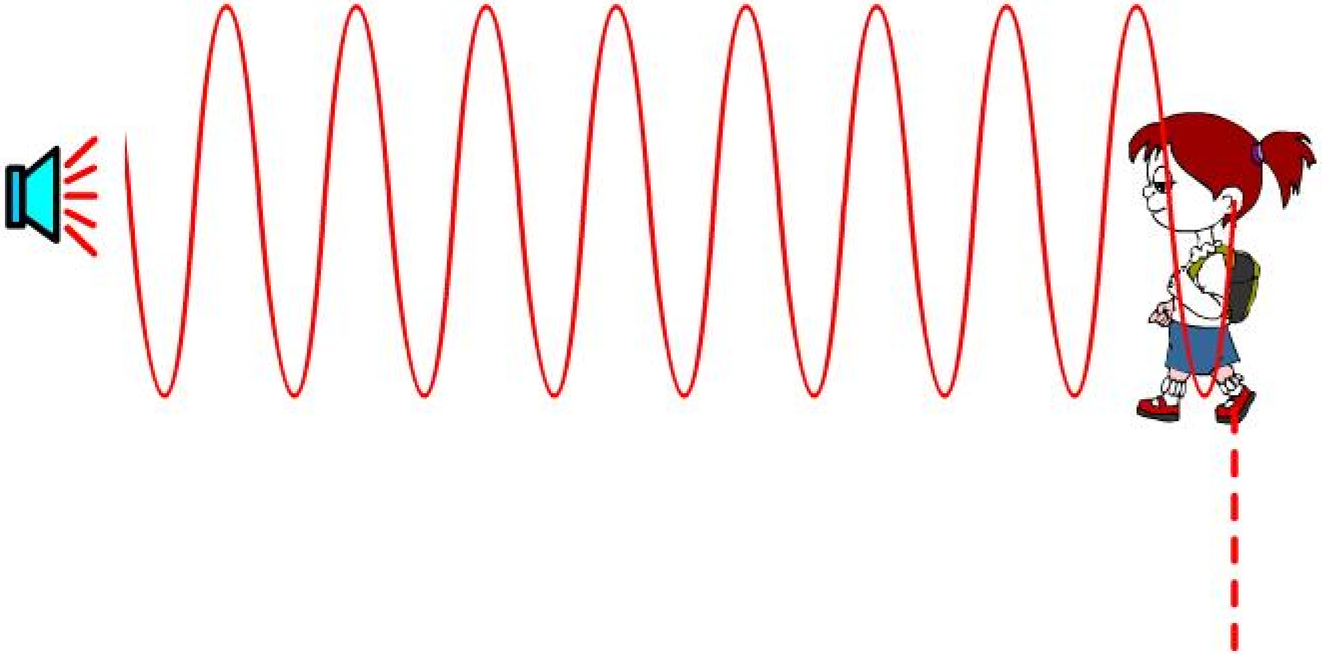
$v_o > 0 \quad \therefore f' > f$

接收频率提高！

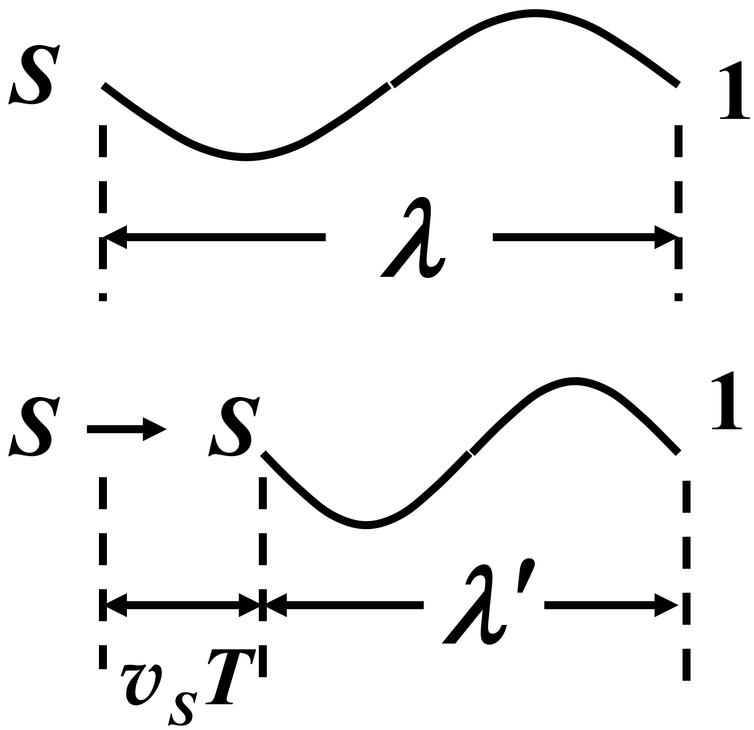
O背着S运动：

$v_o < 0 \quad \therefore f' < f$

接收频率降低！



3. O不动，S相对媒质运动（$v_S \neq 0$）



$$\boxed{\lambda' = \lambda - v_S T}$$

$$f' = \frac{u}{\lambda'} = \frac{u}{\lambda - v_S T}$$

$$= \frac{u}{(u - v_S)T}$$

$$\boxed{= \frac{u}{u - v_S} f}$$

S向着O运动：

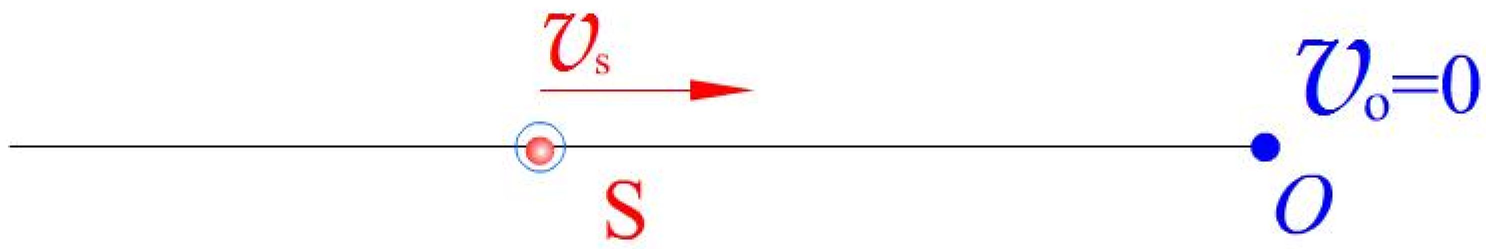
$v_S > 0 \quad \therefore f' > f$

接收频率提高！

S背着O运动：

$v_S < 0 \quad \therefore f' < f$

接收频率降低！


v_s
S
$v_o=0$
O

4. *S*和*O*同时相对媒质运动

*O*运动：$u' = u + v_O$

S 运动：$\lambda' = \lambda - v_S T$

$$\boxed{f' = \frac{u'}{\lambda'} = \frac{u + v_O}{u - v_S} f}$$

S、*O*相向运动：

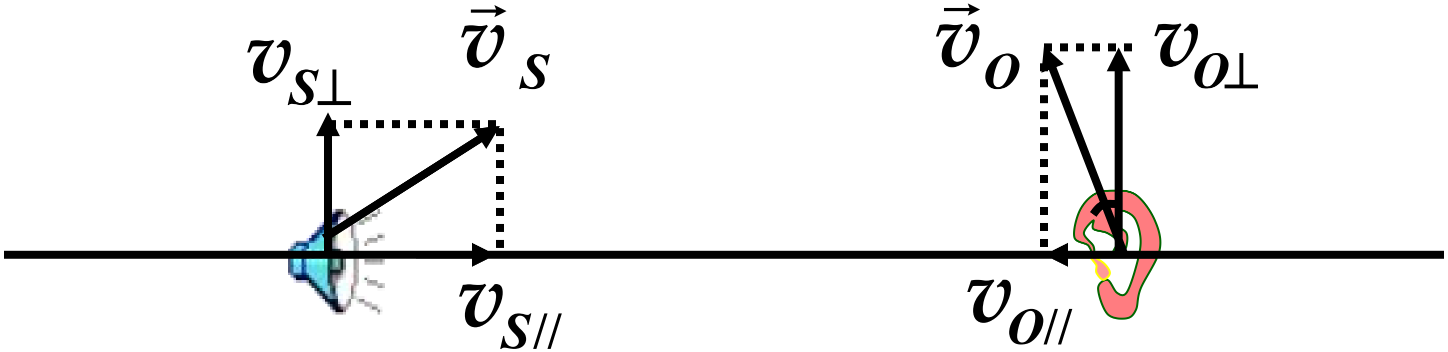
$v_S > 0 \quad v_O > 0 \qquad \therefore f' > f$ 　接收频率提高！

S、*O*相背运动：

$v_S < 0 \quad v_O < 0 \qquad \therefore f' < f$ 　接收频率降低！

讨论

1. 对于机械波，不存在横向多普勒效应



波源和观察者的运动不在二者连线上，应将v_S与v_O在连线上的投影代入。

2、若观察者以$v_O>u$的速度远离波源

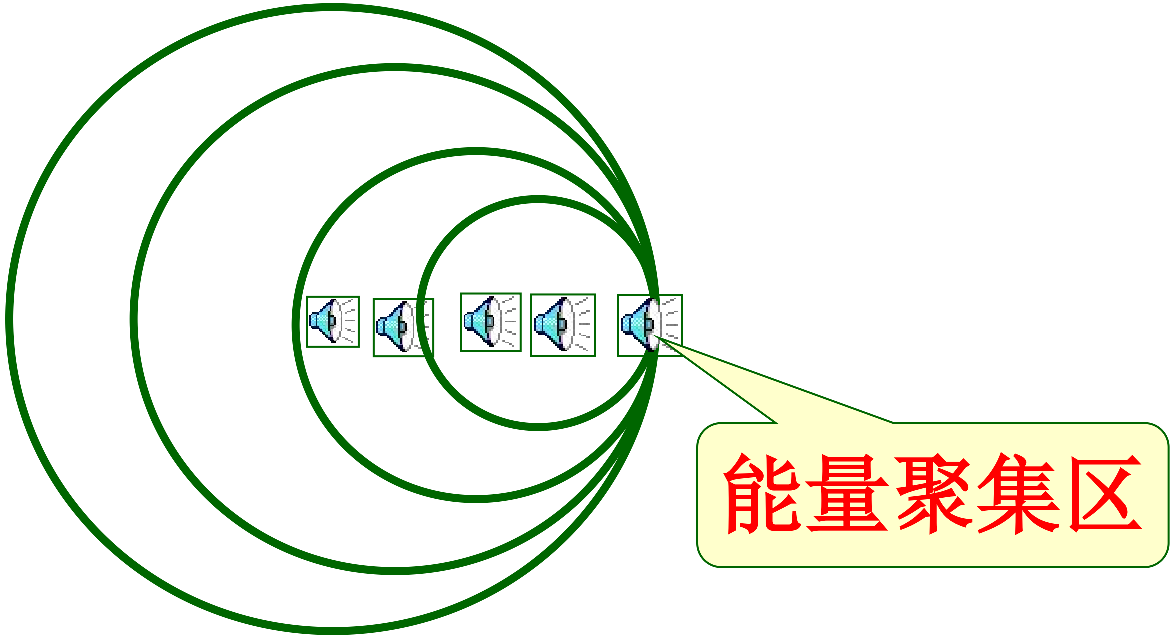
$f'<0$ 没有意义

观察者总在波阵面前面

$$f'=\frac{u+v_O}{u-v_S}f$$

3. 若波源的速度等于波的速度$v_S = u$

波源总在波阵面上　形成冲击波



若波源的速度大于波的速度$v_S > u$

波源总在波阵面前面

调节声源速度

S

当声源运动速度大于声速时，形成马赫锥。

高速快艇在其两侧激起的舷波， 超音速飞机飞行生成的声波，高速子弹飞行激起的声波等，都属冲击波。

冲击波大都由非线性振动引起， 如强烈爆炸。冲击波可使媒质的密度、速度和温度急剧变化，并产生高温、高压。

声 爆

当波源的运动速率刚好等于波速时，

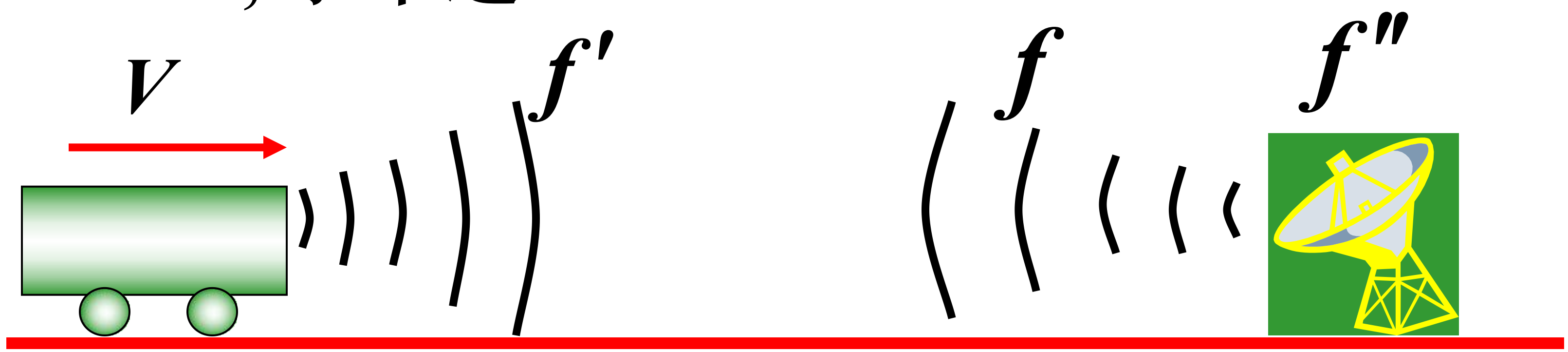
即 $v_s = u$ ，马赫锥的顶角 $\alpha = \pi$，锥面变为平面。波源在各时刻发射的波，几乎与波源自身共处于同一平面，这时冲击波的能量非常集中、强度和破坏力极大，这种现象称为 “声爆”。

例如，当飞机刚好以声速飞行时，机体所产生的任一振动都将尾随在机体附近，并引起机身的共振，给飞行带来危险。因此，超音速飞机在飞行时都要尽快越过这道音速的屏障。


Total Video Converter
http://effectmatrix.com
LINE1
0:50:20

例：利用多普勒效应测车速。一固定波源发出频率为100kHz的超声波，汽车迎面驶来，与波源安装在一起的接收器接收到从车反射回来的超声波频率为110kHz，已知空气中声速为330m/s, 求车速。

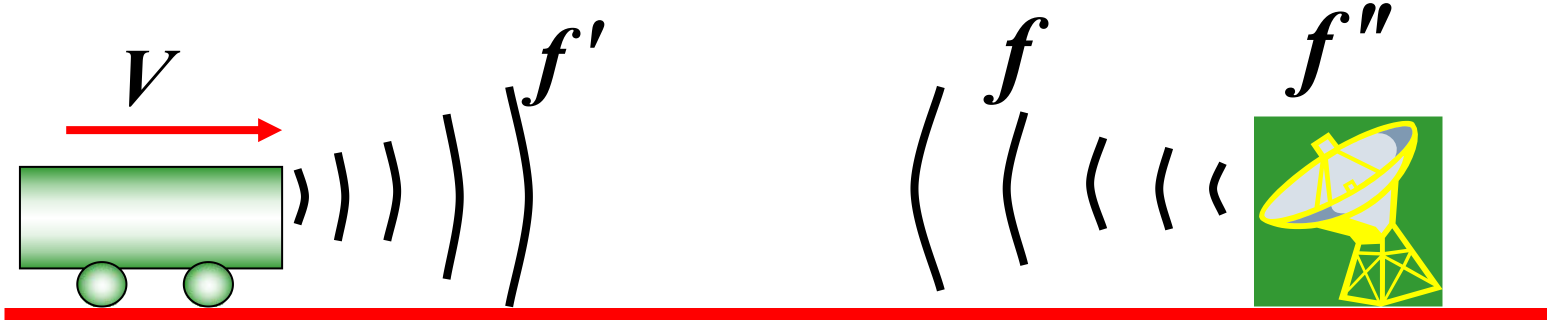
解:



第一步：波向车传播

此时波源静止，车作为观察者以速度V迎着波源运动。

则车接收到的频率为：$f' = \dfrac{u+V}{u} f$



第二步：波从车反射回来

此时车作为波源以速度V向着接收器运动，车发出的波的频率为f'。

$$f''=\frac{u}{u-V}f'=\frac{u}{u-V}\frac{u+V}{u}f=\frac{u+V}{u-V}f$$

$$\therefore V=\frac{f''-f}{f''+f}u=\frac{110-100}{110+100}\times 330=15.7\ \mathrm{m/s}$$